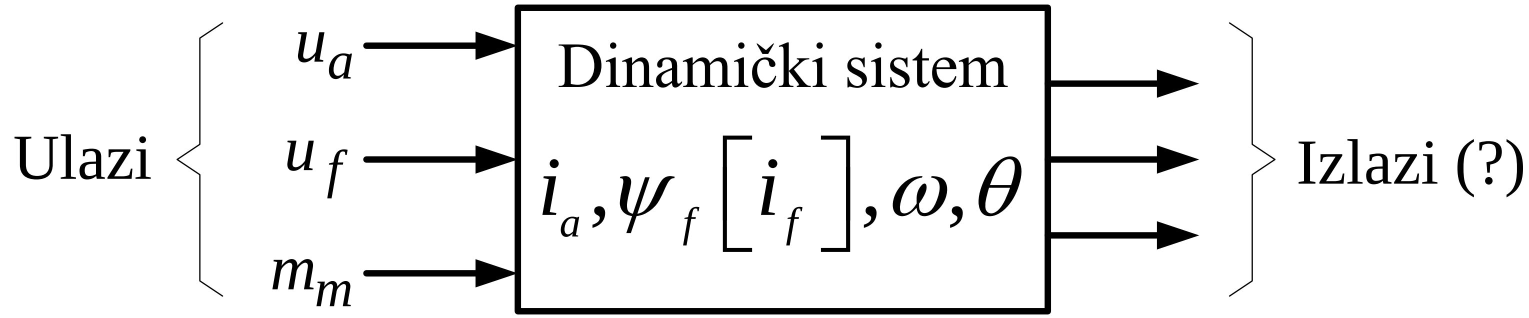
<u>DINAMIKA</u>

Dinamički sistem - pogon sa motorom jednosmerne struje:

N:



U opštem slučaju ovaj dinamički sistem je <u>NELINEARAN</u>

MATEMATIČKI MODEL POGONA SA NEZAVISNO POBUĐENOM JEDNOSMEROM MAŠINOM

Ponavljanje gradiva.

N:

$$T_a \frac{di_{a*}}{dt} = \frac{1}{R_{a*}}\left(u_{a*} - \psi_{f*} \cdot \omega_*\right) - i_{a*}$$

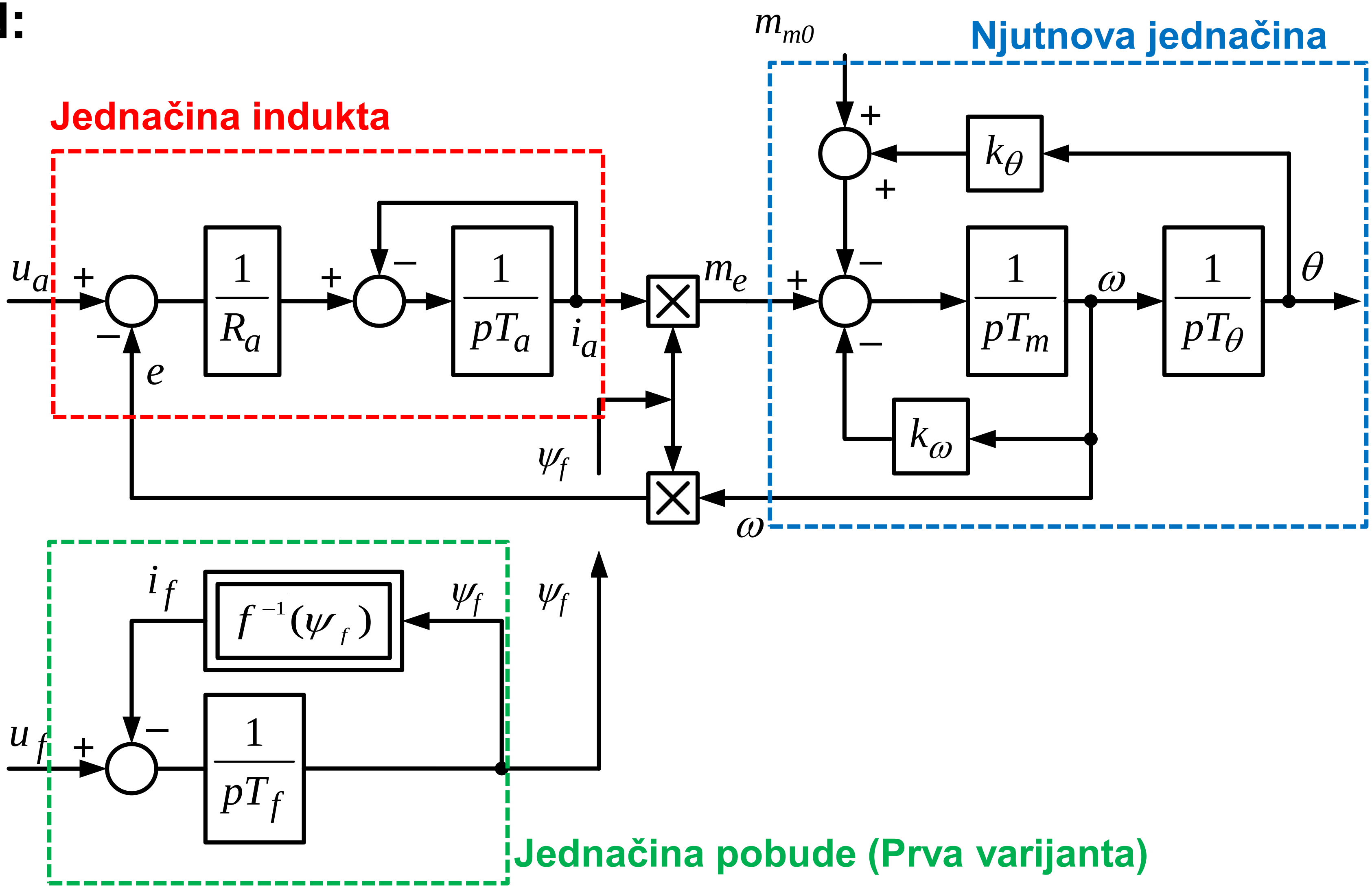
$$T_f \frac{d\left(L_{f*}\left(i_{f*}\right) \cdot i_{f*}\right)}{dt} = T_f \frac{d\psi_{f*}}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$T_m \frac{d\omega_*}{dt} = \psi_{f*} \cdot i_{a*} - m_{m*}, \qquad m_{m*} = m_{0*} + k_{\omega*} \cdot \omega_* + k_{\theta*}\theta_*$$

$$T_\theta \frac{d\theta_*}{dt} = \omega_*$$

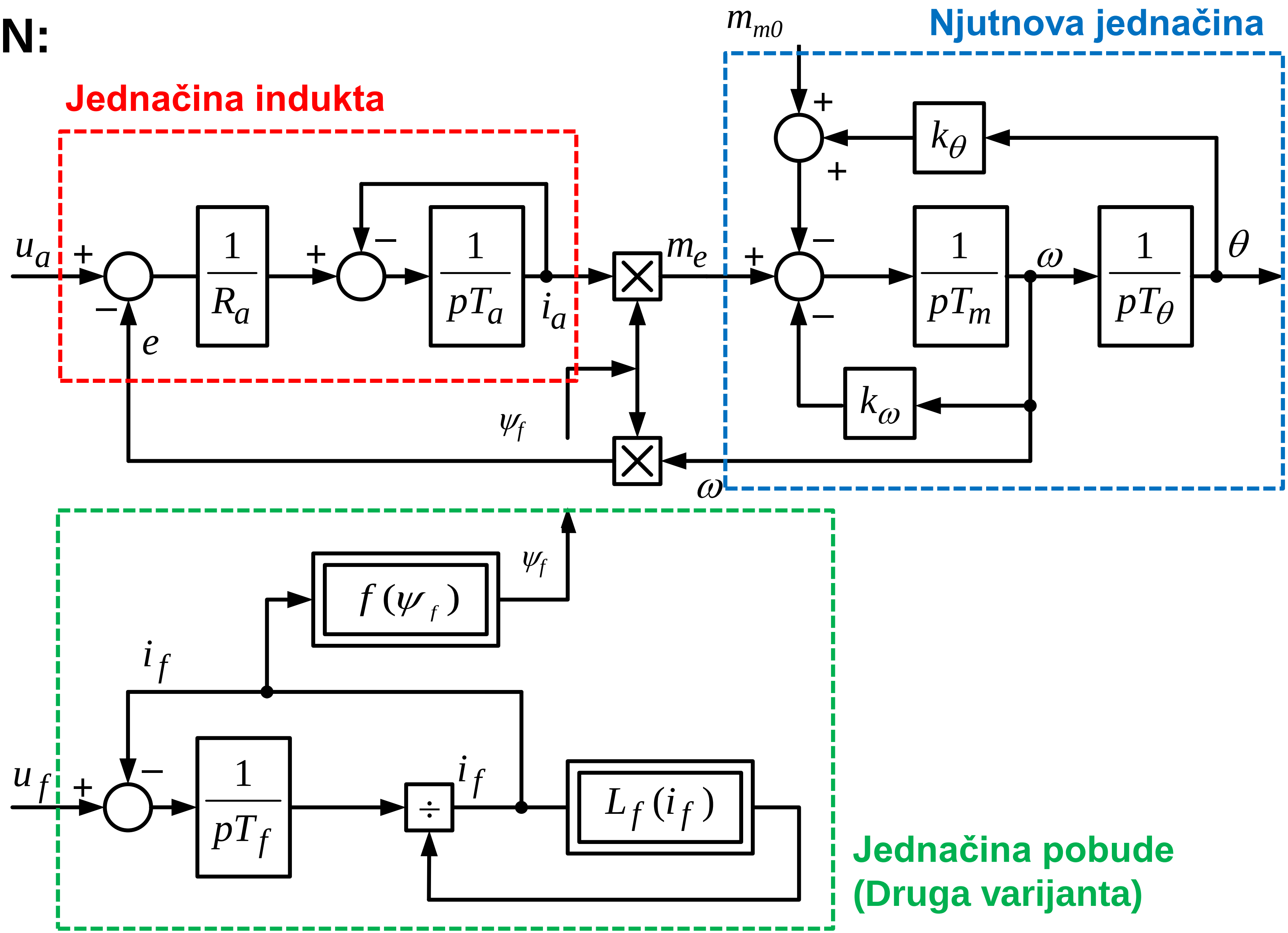
BLOK DIJAGRAM MATEMATIČKOG MODELA POGONA

N:



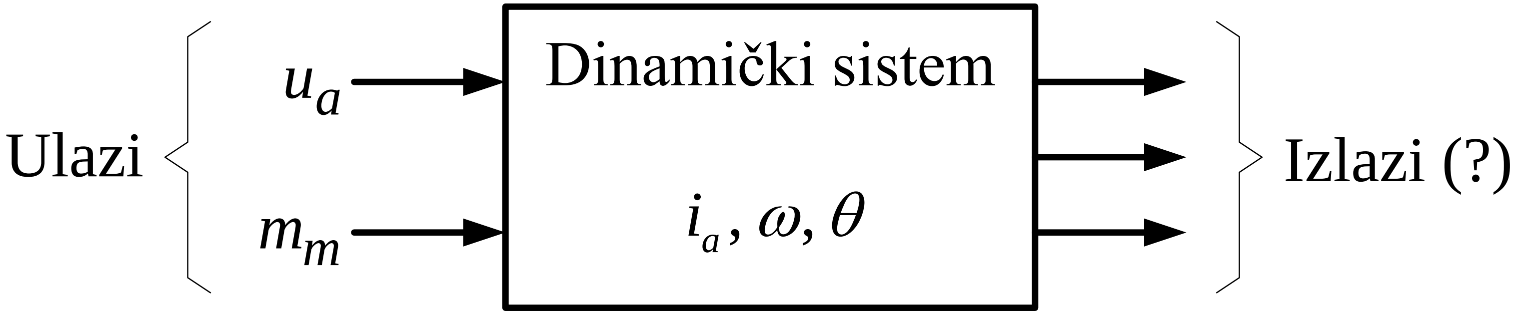
BLOK DIJAGRAM MATEMATIČKOG MODELA POGONA

N:



LINEARAN SLUČAJ $\psi_f = const.$

Ovaj uslov eliminiše jednačinu pobudnog kola.



U prostoru stanja model pogona - dinamičkog sistema je:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\psi_f}{R_a T_a} & 0 \\ \frac{\psi_f}{T_m} & -\frac{k_\omega}{T_m} & -\frac{k_\theta}{T_m} \\ 0 & \frac{1}{T_\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ m_m \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \vec{\mathbf{u}}$$

$\mathbf{A}$ - matrica sistema

$\mathbf{B}$ - matrica ulaza

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

$\vec{\mathbf{u}}$ - vektor ulaza

VEKTOR IZLAZA

Kod dinamičkih sistema kao što su elektromotorni pogoni, ulazi se obično ne prosleđuju direktno na izlaz, pa je:

$$\vec{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \vec{\mathbf{x}}$$

Za $\quad \vec{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} i_a & i_f & \omega & \theta \end{bmatrix}^T$

Ako je: $\quad \vec{\mathbf{y}} = \vec{\mathbf{x}} \qquad \mathbf{C} = \mathbf{I}$ – jedinična matrica

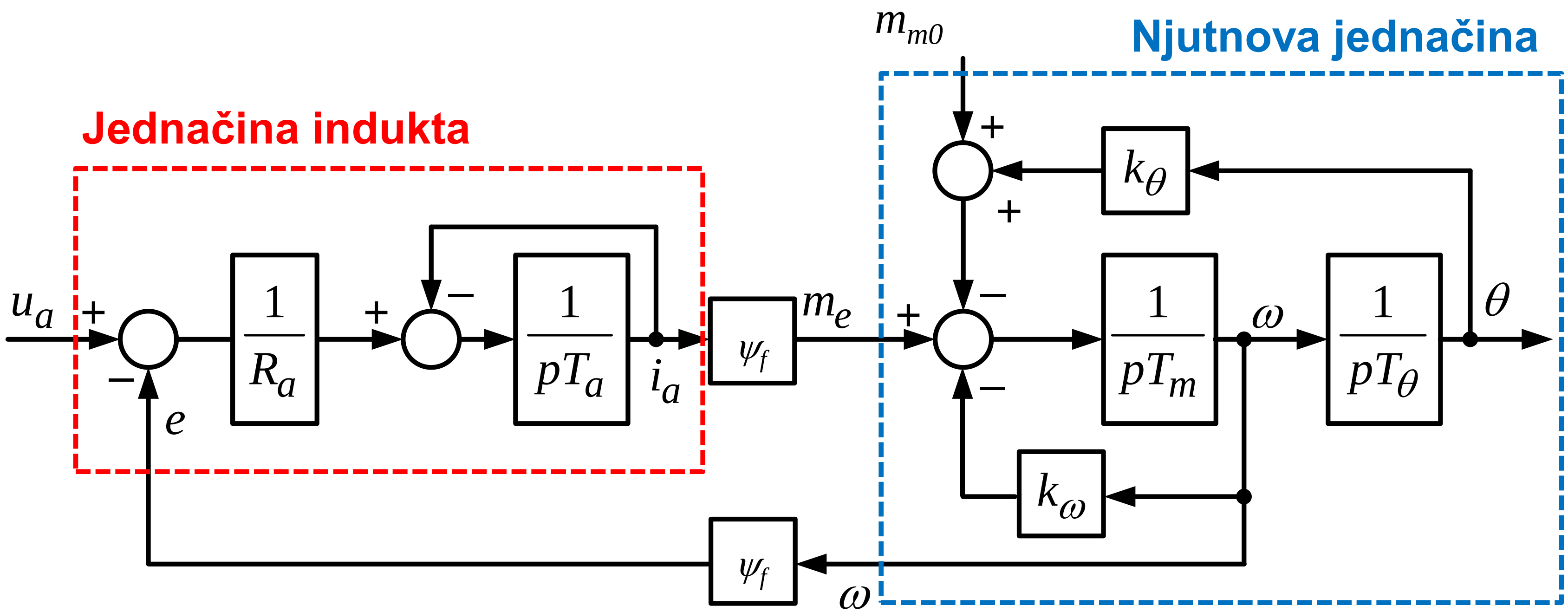
$$\vec{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \omega \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \omega & i_a \end{bmatrix}^T \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na sličan način može se odrediti matrica $\mathbf{C}$ i za druge slučajeve.

Blok dijagram u operatorskom domenu:

N:

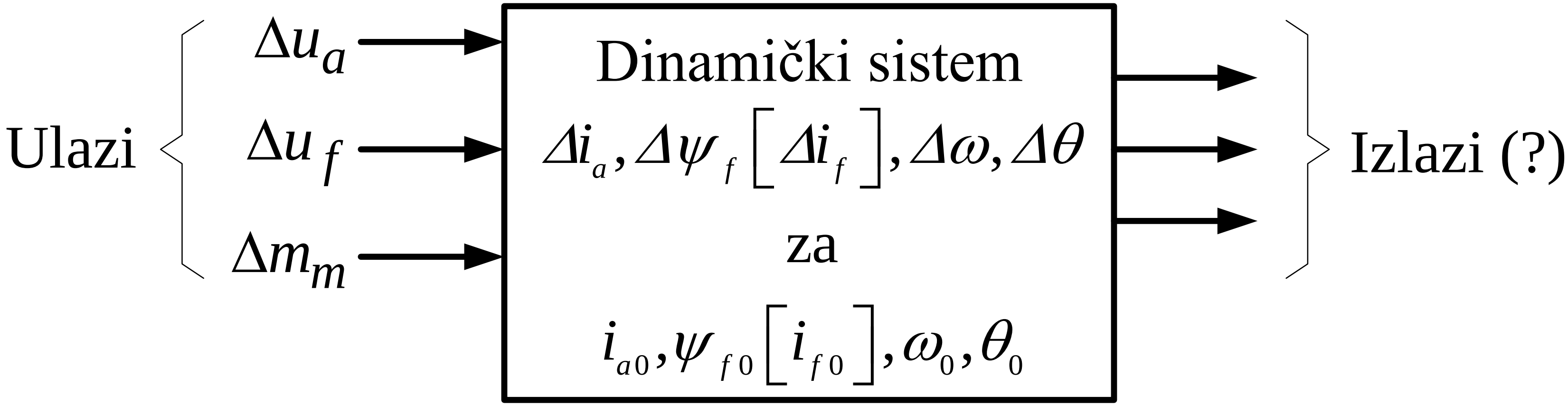


LINEARIZOVANI SLUČAJ $\psi_f \neq const.$

Matematički model *nelinearnog* dinamičkog sistema može se *linearizovati* u radnoj tački, odnosno u okolini radne tačke, stacionarnog stanja.

Na osnovu poznavanja vrednosti *vektora ulaza*: $\vec{\mathbf{u}}_0$
u posmatranom režimu i jednačina stacionarnog stanja
može se odrediti odgovarajuća vrednost v*ektora stanja*: $\vec{\mathbf{x}}_0$

Dinamički sistem pogona sa nezavisno pobuđenim motorom za jednosmernu struju, sad je:



Koordinate *vektora stanja* $\vec{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} i_a & \psi_f[i_f] & \omega \end{bmatrix}^T$

u posmatranom režimu, odnosno za određene vrednosti vektora ulaza $\vec{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} u_{a0} & u_{f0} & m_{m0} \end{bmatrix}^T$

dobijaju se rešavanjem jednačina ustaljenog stanja:

N:

$$R_a \cdot i_{a0} + \psi_{f0} \cdot \omega_0 = u_{a0}$$

$$i_{f0} = u_{f0}$$

$$\psi_{f0} \cdot i_{a0} - k_\omega \cdot \omega_0 = m_{m0}$$

$$\psi_{f0} = f\left(i_{f0}\right)$$

po $\vec{\mathbf{x}}_\mathbf{0} = \begin{bmatrix} i_{a0} & \psi_{f0}[i_{f0}] & \omega_0 \end{bmatrix}^T$

Četvrta jednačina iz koje sledi $\omega_0 = 0$, je izostavljena jer nas ograničava na samo jedan specijalan slučaj.

Podsetnik

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{u}})$$

$$\Delta\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{x}}_0$$

$$\mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{u}}) \approx \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0) + \left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right) \cdot \Delta\vec{\mathbf{x}} + \left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right) \cdot \Delta\vec{\mathbf{u}}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}} = 0 = \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0)$$

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\mathbf{x}}_0 + \Delta\vec{\mathbf{x}}\right) = \underset{=0}{\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}}_0} + \frac{d}{dt}\Delta\vec{\mathbf{x}}$$

$$\frac{d}{dt}\Delta\vec{\mathbf{x}} \approx \underbrace{\mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0)}_{=0} + \underbrace{\left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right)}_{\mathbf{A}_\Delta} \cdot \Delta\vec{\mathbf{x}} + \underbrace{\left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right)}_{\mathbf{B}_\Delta} \cdot \Delta\vec{\mathbf{u}}$$

Odgovarajući linearizovani matematički model nezavisno pobuđenog motora za jednosmernu struju u *prostoru stanja* je:

N:

$$\frac{d\Delta\vec{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}_{\Delta}\Delta\vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_{\Delta}\Delta\vec{\mathbf{u}}$$

$$T_a \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{R_a}\left(u_a - \psi_f \cdot \omega\right) - i_a$$

$$T_f \frac{d\psi_f}{dt} = u_f - i_f$$

$$T_m \frac{d\omega}{dt} = \psi_f \cdot i_a - m_m - k_\omega \cdot \omega$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta\psi_f \\ \Delta\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\omega_0}{R_a T_a} & -\frac{\psi_{f0}}{R_a T_a} \\ 0 & -\frac{1}{T_f}\frac{\partial}{\partial\psi_f}\left(f^{-1}\left(\psi_{f0}\right)\right) & 0 \\ \frac{\psi_{f0}}{T_m} & \frac{i_{a0}}{T_m} & -\frac{k_\omega}{T_m} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta\psi_f \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta u_f \\ \Delta m_m \end{bmatrix}$$

$$T_f \frac{d\psi_{f*}}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$\frac{d\Delta\psi_{f*}}{dt} = \frac{1}{T_f}(\Delta u_{f*} - \Delta i_{f*})$$

$$\Delta i_{f*} = \left.\frac{\partial i_f}{\partial \psi_f}\right|_0 \Delta\psi_f$$

$$\Delta i_{f*} = \frac{\partial}{\partial \psi_f}\left(f^{-1}\left(\psi_{f0}\right)\right)\Delta\psi_f$$

Ako za *promenljivu stanja* umesto $\Delta\psi_f$ uzmemo Δi_f

matematički model u prostoru stanja je:

N:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta i_a \\ \Delta i_f \\ \Delta\omega\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{T_a} & -\frac{\omega_0\psi'_{f0}}{R_aT_a} & -\frac{\psi_{f0}}{R_aT_a} \\ 0 & -\frac{1}{T'_f} & 0 \\ \frac{\psi_{f0}}{T_m} & \frac{i_{a0}\psi'_{f0}}{T_m} & -\frac{k_\omega}{T_m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_a \\ \Delta i_f \\ \Delta\omega\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{R_aT_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta u_a \\ \Delta u_f \\ \Delta m_m\end{bmatrix}$$

gde je:

$$\psi_{f0}=f\left(i_{f0}\right)$$

$$\psi'_{f0}=\frac{\partial}{\partial i_f}\left(f\left(i_{f0}\right)\right)$$

$$T'_f=T_f\left[\frac{\partial}{\partial i_f}\left(L_f\left(i_{f0}\right)\right)\cdot i_{f0}+L_f\left(i_{f0}\right)\right]$$

$$T_a\frac{di_a}{dt}=\frac{1}{R_a}\left(u_a-\psi_f\cdot\omega\right)-i_a$$

$$T_f\frac{d\left(L_f\left(i_f\right)\cdot i_f\right)}{dt}=u_f-i_f$$

$$T_m\frac{d\omega}{dt}=\psi_f\cdot i_a-m_m-k_\omega\cdot\omega-k_\theta\cdot\theta$$

$$T_f \frac{d\left(L_{f*}\left(i_{f*}\right)\cdot i_{f*}\right)}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$T_f\left[\frac{\partial L_{f*}\left(i_f\right)}{\partial i_f}\frac{di_{f*}}{dt}i_{f*} + L_{f*}\left(i_f\right)\frac{di_{f*}}{dt}\right] = u_f * - i_f *$$

$$T_f\frac{di_{f*}}{dt}\left[\frac{\partial L_{f*}\left(i_f\right)}{\partial i_f}i_{f*} + L_{f*}\left(i_f\right)\right] = u_f * - i_f *$$

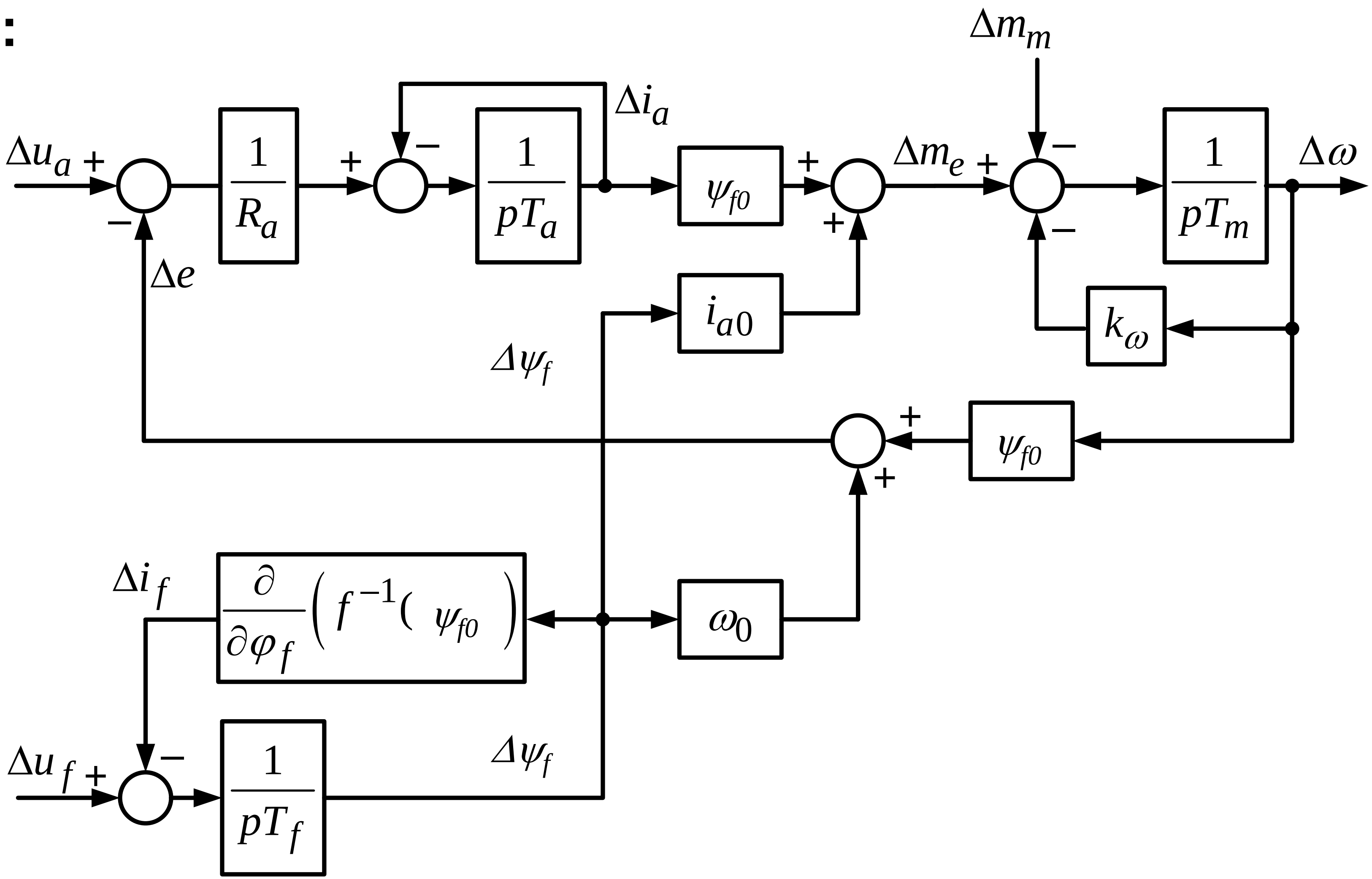
- U skladu sa fizičkom stranom procesa i polaznom idejom da se uprosti analiza ponašanja pogona sa MJS u dinamičkom režimu linearizacijom karakteristike magnećenja u okolini radne tačke, može se izraz u zagradi zameniti njegovom vrednošću izračunatom u datoj radnoj tački:

$$T_f\frac{d\Delta i_{f*}}{dt}\left[\frac{\partial L_{f*}\left(i_{f0}\right)}{\partial i_f}i_{f0} + L_{f*}\left(i_{f0}\right)\right] = \Delta u_{f*} - \Delta i_{f*}$$

$$T_f' = T_f\left[\frac{\partial L_{f*}\left(i_{f0}\right)}{\partial i_f}i_{f0} + L_{f*}\left(i_{f0}\right)\right], \quad \frac{d\Delta i_{f*}}{dt} = \frac{1}{T_f{}'}\left(\Delta u_{f*} - \Delta i_{f*}\right)$$

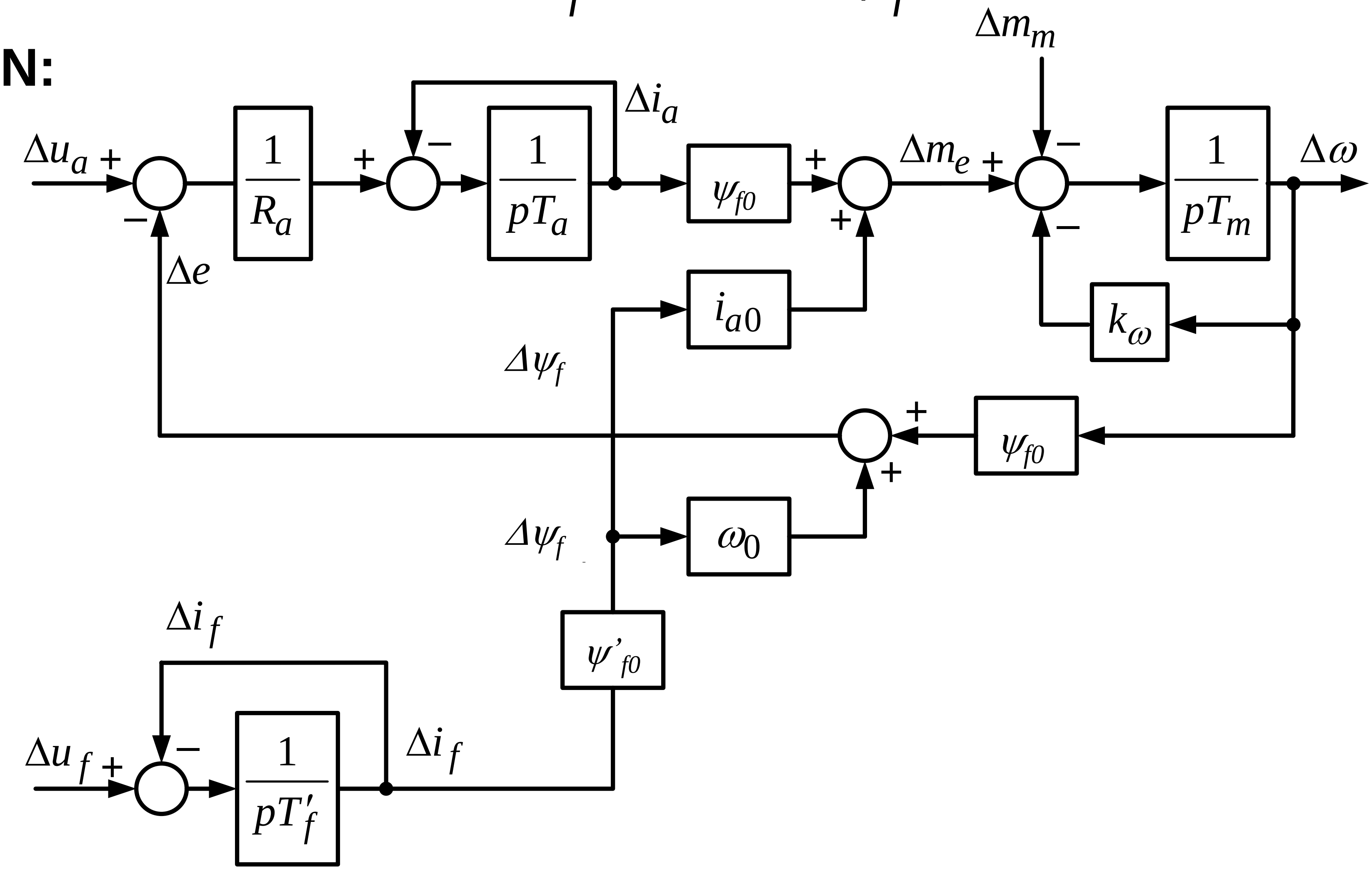
Blok dijagram u operatorskom domenu ako je jedna od promenljivih stanja $\Delta\psi_f$:

N:



Blok dijagram u operatorskom domenu kada je promenljiva stanja Δi_f umesto $\Delta\psi_f$.

N:



ANALIZA DINAMIČKIH REŽIMA

Metode:

− Funkcije prenosa;
− Polovi i sopstvene vrednosti;
− Modelovanje.

Primenu navedenih metoda razmotrićemo na najjednostavnijem primeru u kome je posmatrani dinamički sistem *LINEARAN*.

$$\psi_f = const. \qquad\qquad k_\omega = 0$$

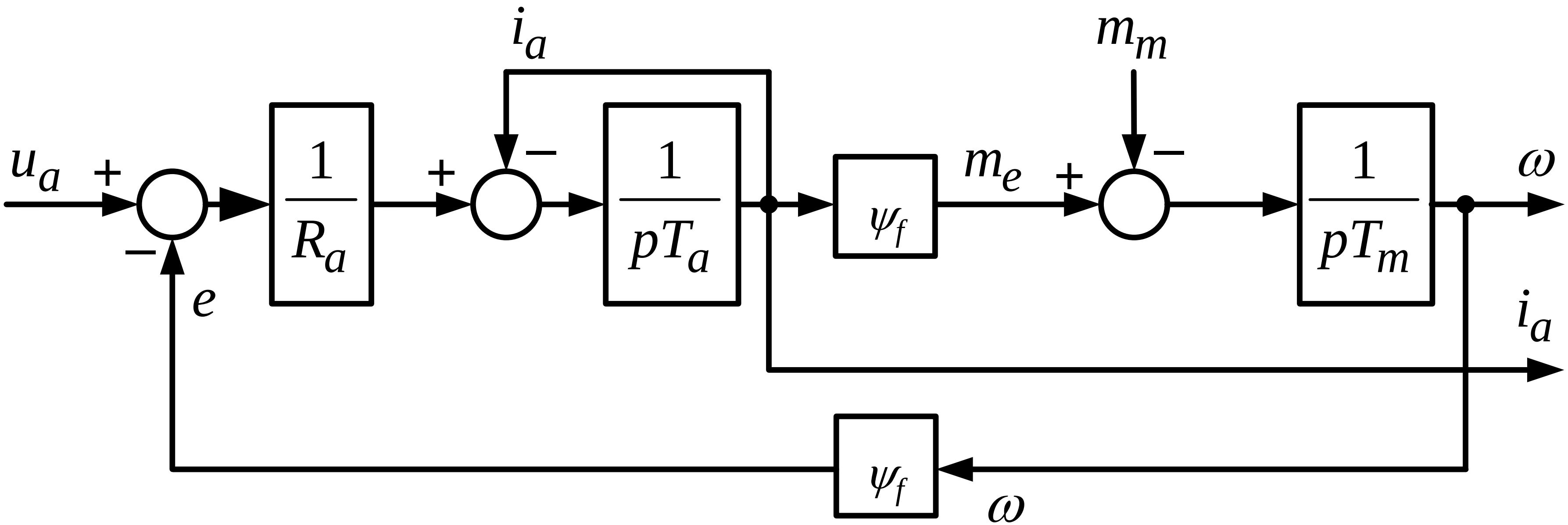
Nećemo uzimati u razmatranje treću promenljivu stanja θ.

$$m_m = m_{m0}$$

FUNKCIJE PRENOSA

Operatorski domen.

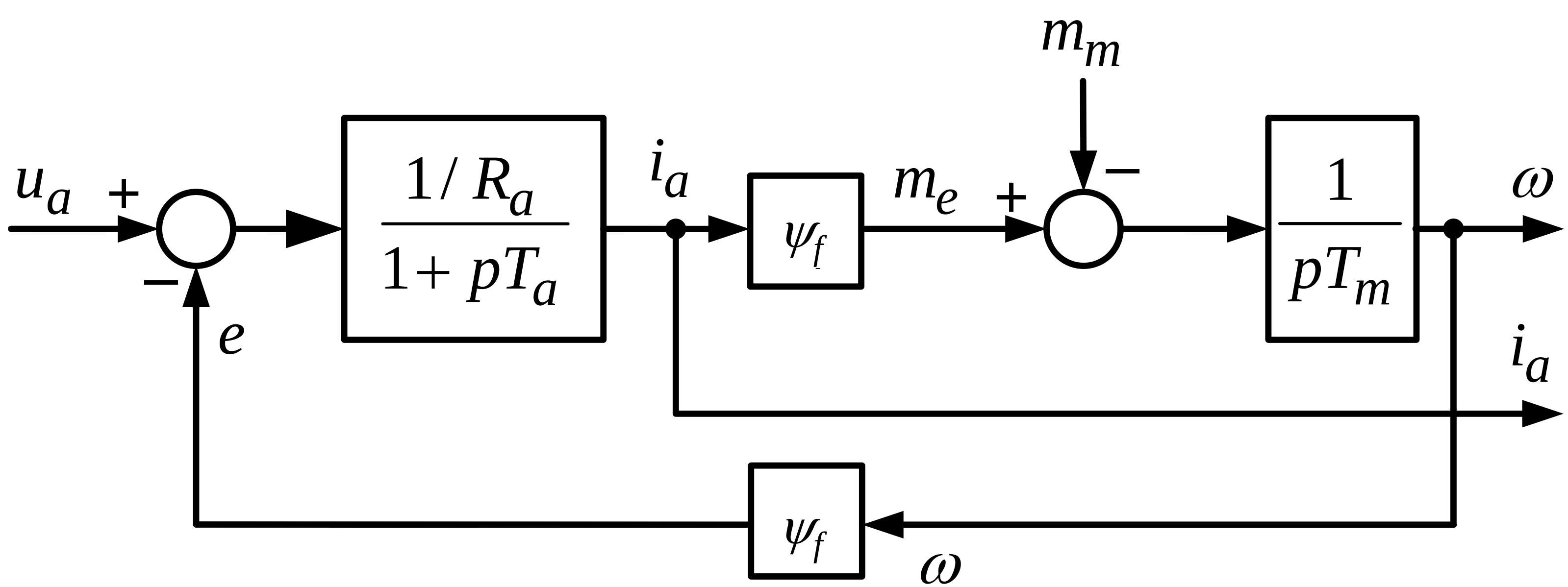
Blok dijagram koji odgovara ovom slučaju je:



Ulazi u sistem: u_a i m_m.

Izlazi iz sistema, npr.: ω i i_a.

Druga varijanta blok dijagrama, gde je jednom funkcijom prenosa zamenjena jednačina indukta:



Ulazi u sistem: u_a i m_m.

Izlazi iz sistema, npr.: ω i i_a.

Funkcije prenosa koje se dobijaju poznatim metodama, pomoću blok dijagrama:

$$\frac{\omega}{u_a}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{i_a}{u_a}(p) = \frac{p T_m / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{\omega}{m_m}(p) = \frac{-\left(1 + p T_a\right)}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{i_a}{m_m}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

PROSTOR STANJA

U prostoru stanja sistem jednačina je:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\psi_f}{R_a T_a} \\ \frac{\psi_f}{T_m} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ m_m \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \vec{\mathbf{u}}$$

$\mathbf{A}$ - matrica sistema

$\mathbf{B}$ - matrica ulaza

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

$\vec{\mathbf{u}}$ - vektor ulaza

Ako se usvoje isti izlazi kao u prethodnom slučaju, onda je:

$$\begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \vec{\mathbf{x}}$$

$\mathbf{C}$ - matrica izlaza

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

$\vec{\mathbf{y}}$ - vektor izlaza

Zamenjujući: $$\frac{d}{dt} = p$$

Može se izvesti:

$$\vec{\mathbf{y}} = H\left(p\right)\cdot\vec{\mathbf{u}} = \mathbf{C}\cdot\left(p\mathbf{I}-\mathbf{A}\right)^{-1}\cdot\mathbf{B}\cdot\vec{\mathbf{u}}$$

$$\vec{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\cdot\frac{adj\left(p\mathbf{I}-\mathbf{A}\right)}{\det\left(p\mathbf{I}-\mathbf{A}\right)}\cdot\mathbf{B}\cdot\vec{\mathbf{u}}$$

$H(p)$ - Matrica prenosa.

$$H\left(p\right)=\begin{bmatrix} H_{u\omega}\left(p\right) & H_{m\omega}\left(p\right) \\ H_{ui}\left(p\right) & H_{mi}\left(p\right) \end{bmatrix}$$

Pojedinačne funkcije prenosa:

$$H_{u\omega}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{m\omega}(p) = \frac{-(1 + pT_a)}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{ui}(p) = \frac{pT_m / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{mi}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

POLOVI I SOPSTVENE VREDNOSTI

Rešavanjem karakteristične jednačine dobijaju se polovi posmatranog dinamičkog sistema – pogona sa nezavisno pobuđenim motorom jednosmerne struje.

N:

$$p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a = 0$$

Sopstvene vrednosti sistema dobijaju se rešavanjem jednačine:

$$\det\left(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}\right) = \det \begin{bmatrix} \lambda + \dfrac{1}{T_a} & \dfrac{\psi_f}{R_a T_a} \\ -\dfrac{\psi_f}{T_m} & \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Karakteristična jednačina:

N:

$$\left(\lambda + \frac{1}{T_a}\right) \cdot \lambda - \left(-\frac{\psi_f}{T_m}\right) \cdot \left(\frac{\psi_f}{R_a T_a}\right) = 0$$

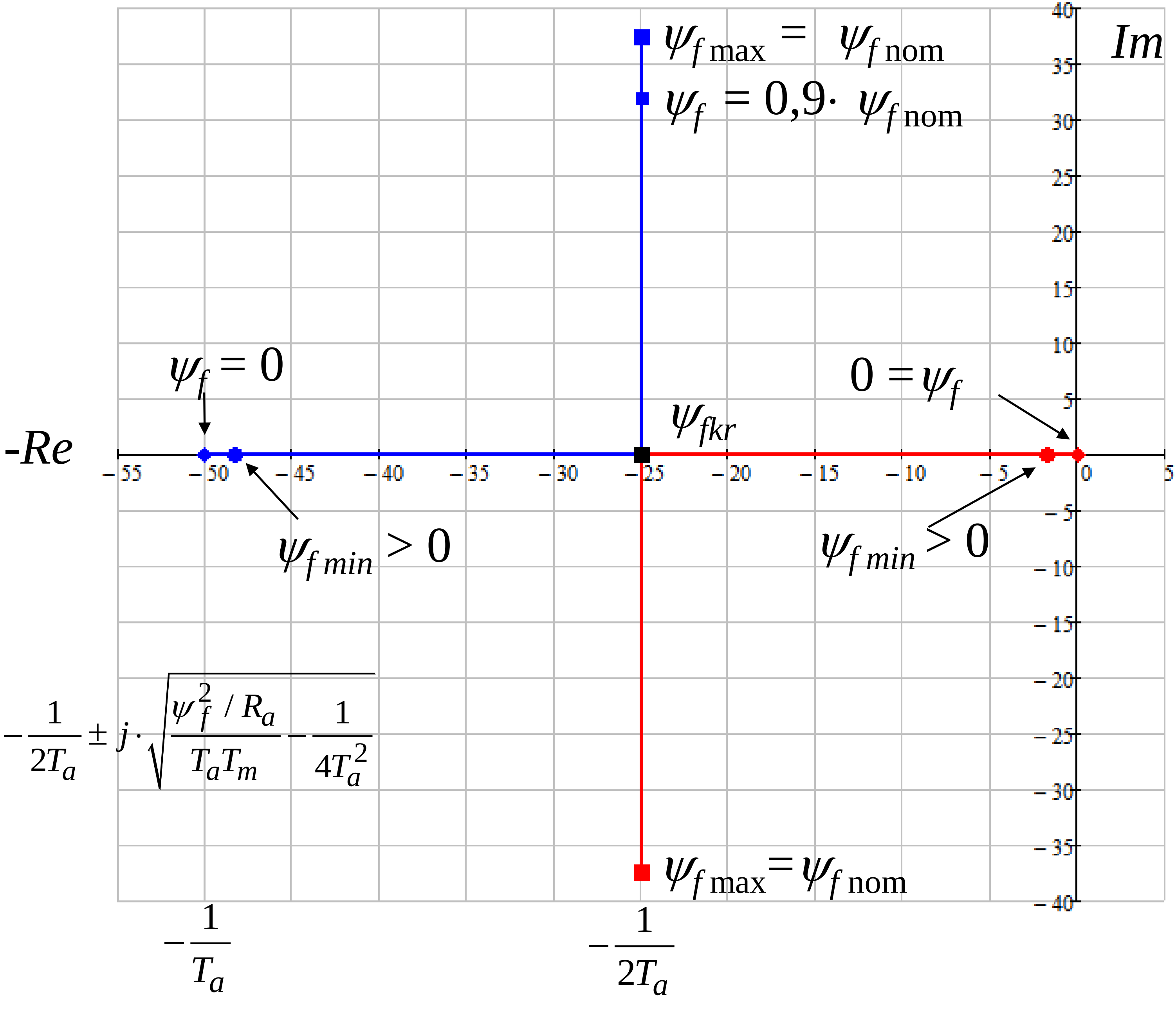
$$\lambda^2 \cdot T_a T_m + \lambda \cdot T_m + \frac{\psi_f^2}{R_a} = 0$$

Rešenja karakteristične jednačine su:

$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j \cdot \sqrt{\frac{\psi_f^2 / R_a}{T_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

Uticaj fluksa na raspored polova - sopstvenih vrednosti.

N:



$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j\cdot\sqrt{\frac{\psi_f^2 / R_a}{T_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

Vrednost fluksa pri kojoj se polovi izjednačavaju, odnosno postaju realni brojevi.

$$\psi_{fkr} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m R_a}{T_a}}$$

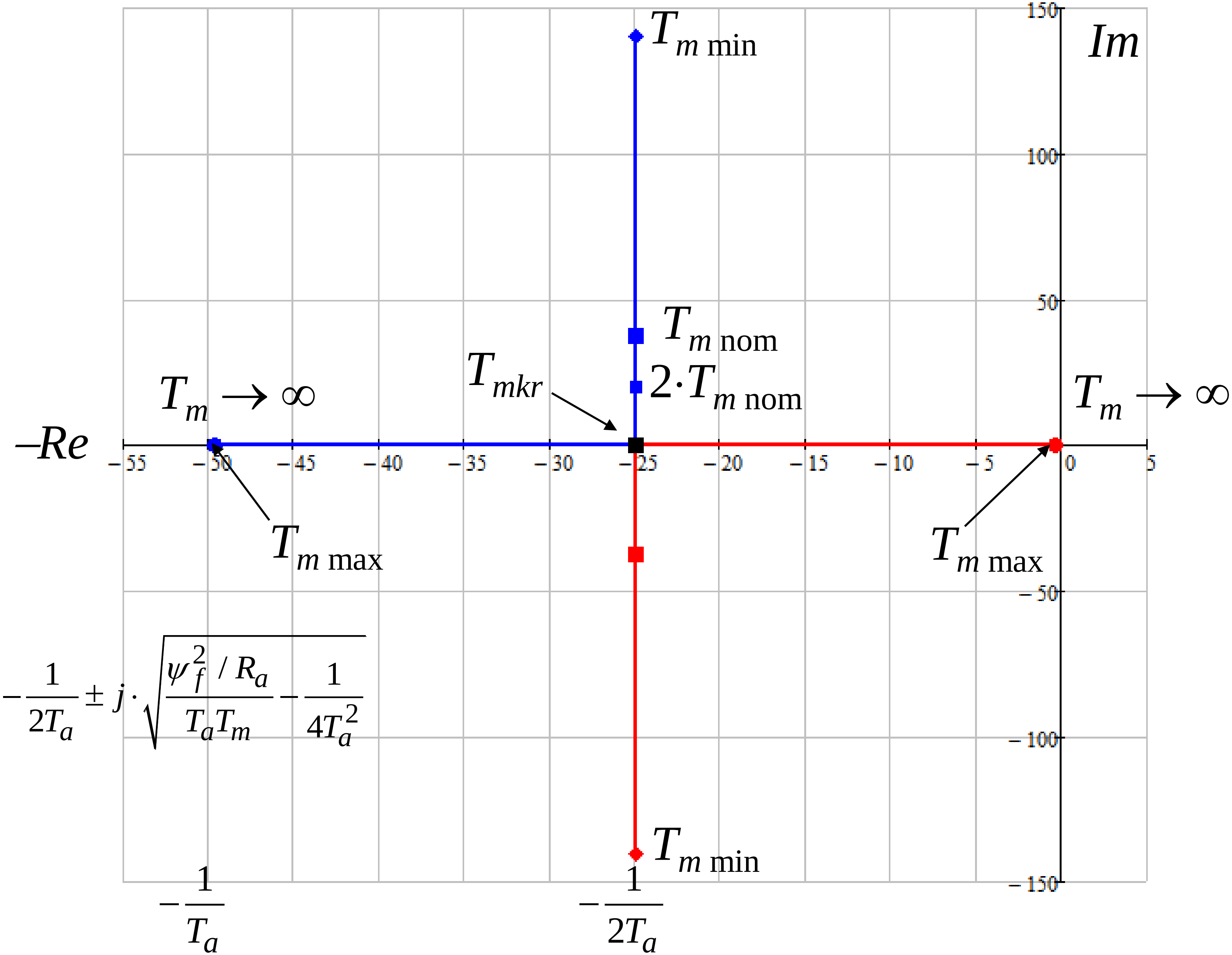
za $0 < \psi_{f\,\mathrm{min}} < \psi_f < \psi_{fkr}$ $\quad \mathrm{Im}\left[\mathrm{p}_{1/2}\right] = \mathrm{Im}\left[\lambda_{1/2}\right] = 0$

za $\psi_{fkr} < \psi_f < \psi_{fnom}$ $\quad \mathrm{Re}\left[p_{1/2}\right] = \mathrm{Re}\left[\lambda_{1/2}\right] = -\frac{1}{2T_a}$

$$\mathrm{Im}\left[p_{1/2}\right] = \mathrm{Im}\left[\lambda_{1/2}\right] \neq 0$$

Uticaj mom. inercije (T_m) na raspored polova – sopst. vrednosti

N:



$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j \cdot \sqrt{\frac{\psi_f^2 / R_a}{T_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

Vrednost mehaničke vremenske konstante pri kojoj dolazi do promene prirode polova

$$T_{mkr} = \frac{4T_a \cdot \psi_f^2}{R_a}$$

Za $T_{mkr} < T_m < T_{m\max}$

$$\mathrm{Im}\left[p_{1/2}\right] = \mathrm{Im}\left[\lambda_{1/2}\right] = 0$$

Za $T_{m\min} < T_m < T_{mkr}$

$$\mathrm{Re}\left[p_{1/2}\right] = \mathrm{Re}\left[\lambda_{1/2}\right] = -\frac{1}{2T_a}$$

$$\mathrm{Im}\left[p_{1/2}\right] = \mathrm{Im}\left[\lambda_{1/2}\right] \neq 0$$

Uticaj dod. otpora (R_{ad}) na raspored polova – sopst. vrednosti

Karakteristična jednačina može se napisati:

$$p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_{f*}^2 / R_{a*} = 0$$

$$p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a}{R_{a*} T_a} = 0, \quad p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a}{\frac{R_a}{R_{ab}} \frac{L_a}{R_a}} = 0, \quad p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a R_{ab}}{L_a} = 0$$

gde je: $$T_a = \frac{L_a}{R_a + R_{ad}}$$

Polovi (sopstvene vrednosti) su:

$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j\sqrt{\frac{\psi_{f*}^2 \cdot R_{ab}}{L_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

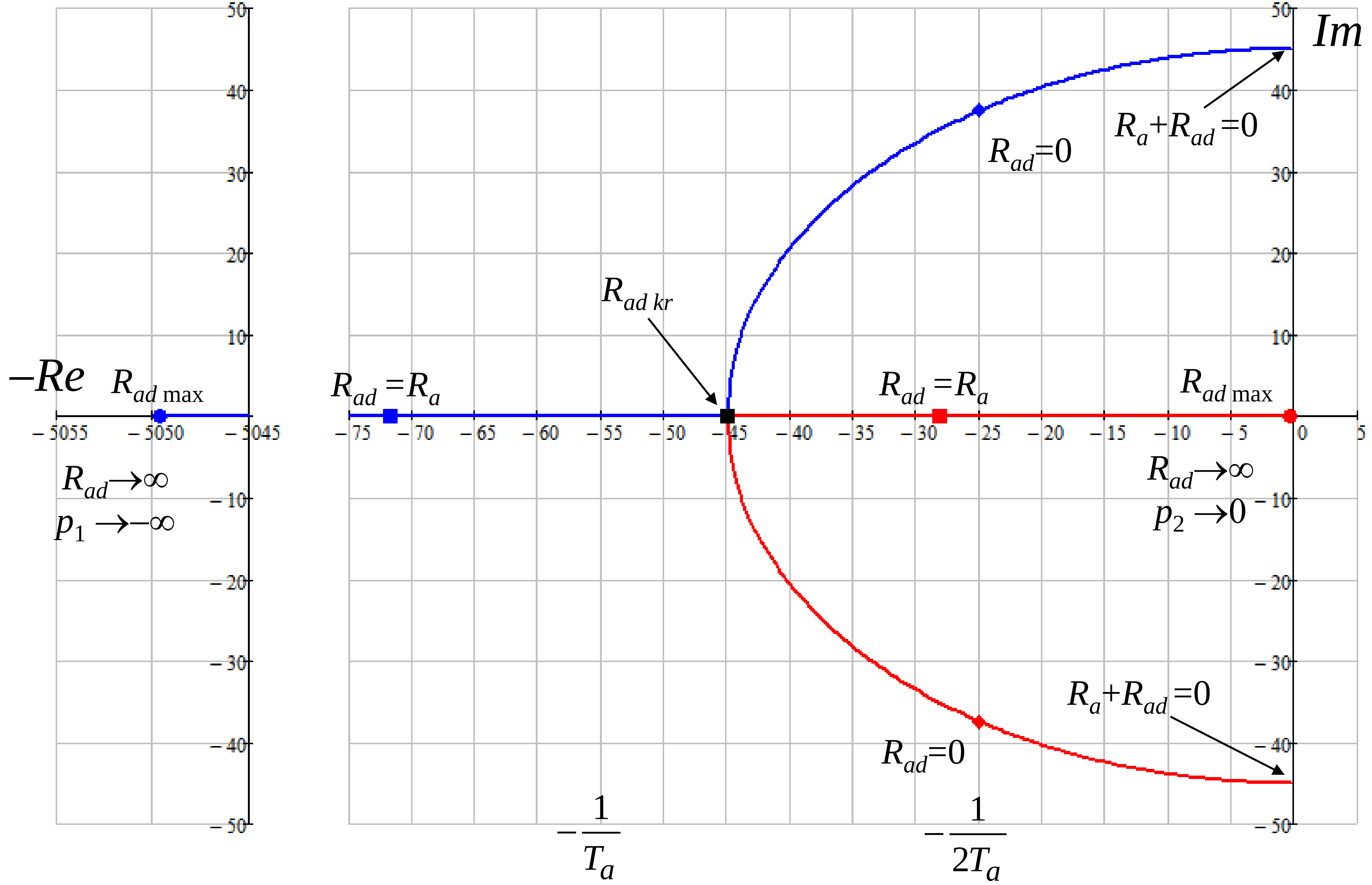
Za $\quad R_a + R_{ad} \to 0 \qquad T_a \to \infty \qquad p_{1/2} = \lambda_{1/2} = \pm j\psi_{f*}\sqrt{\frac{R_{ab}}{L_a \cdot T_m}}$

Za $\quad R_{ad} \to \infty \qquad T_a \to 0 \qquad p_1 = \lambda_1 = \to -\infty$

$$p_2 = \lambda_2 = \to 0$$

$Za \quad R_{ad\,kr} = \frac{2 \cdot \psi_{f*} \cdot L_a}{\sqrt{T_m \cdot L_a / R_{ab}}} - R_a \qquad p_1 = p_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{2T_a}$

$$\mathrm{Im}\left(p_{1/2}\right) = 0 \quad !!!$$



Ne sme se zaboraviti da je min $[R_a + R_{ad}] = R_a$!!!!

PROCENA PONAŠANJA POGONA U TRANZIJENTNIM STANJIMA POMOĆU FUNKCIJA PRENOSA

Potrebno je odrediti:

$\Delta y(t)$ za odgovarajuće $\Delta u(t)$

Egzaktna zavisnost dobija se inverznom Laplasovom transformacijom:

$$\Delta y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{y}{u}(p)\cdot\Delta u(p)\right]$$

Za inženjerske potrebe dovoljno je napraviti procenu na osnovu poznavanja:

-polova (sopstvenih vrednosti);

-vrednosti $\Delta y(0)$ i

-vrednosti $\Delta y\,(\infty)$.

Podsećanje…

LAPLASOVA TRANSFORMACIJA

$$F(p) = \pounds(f(t)) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-pt} dt$$

Umesto promenljive *t* – vreme, uvodi se promenljiva “*p*” – Laplasov operator, kompleksna promenljiva:

$$p = \sigma + j \cdot \omega = \xi \cdot \omega_n + j \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Gde je: σ – prigušenje;

ω – sopstvena učestanost;

ξ – relativno prigušenje;

ω_n – prirodna učestanost.

Pierre-Simon Laplace
1749-1827

Podsećanje…

Važne relacije:

$$£\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0^+)$$

$$£\left[\int_0^t f(t)\,dt\right] = \frac{F(p)}{p}$$

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{p\to\infty} pF(p) \qquad \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)$$

Jedinična odskočna funkcija

$$h(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad £\left[h(t)\right] = \frac{1}{p}$$

Jedinična impulsna funkcija

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\cdot dt = 1 \qquad £\left[\delta(t)\right] = 1$$

Jedinična nagibna funkcija

$$£\left[t\cdot h(t)\right] = \frac{1}{p^2}$$

$$\Delta y(0) = \lim_{p \to \infty} \left[p \frac{y}{u}(p) \cdot \Delta u(p) \right]$$

$$\Delta y(\infty) = \lim_{p \to 0} \left[p \frac{y}{u}(p) \cdot \Delta u(p) \right]$$

Karakteristični ulazi:

- " step "

$$\Delta u(p) = \frac{\Delta u}{p}$$

- " impuls "

$$\Delta u(p) = \Delta u$$

Za posmatrani pogon:

$$H_{u\omega}(p)=\frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + pT_m + \psi_f^2 / R_a}$$

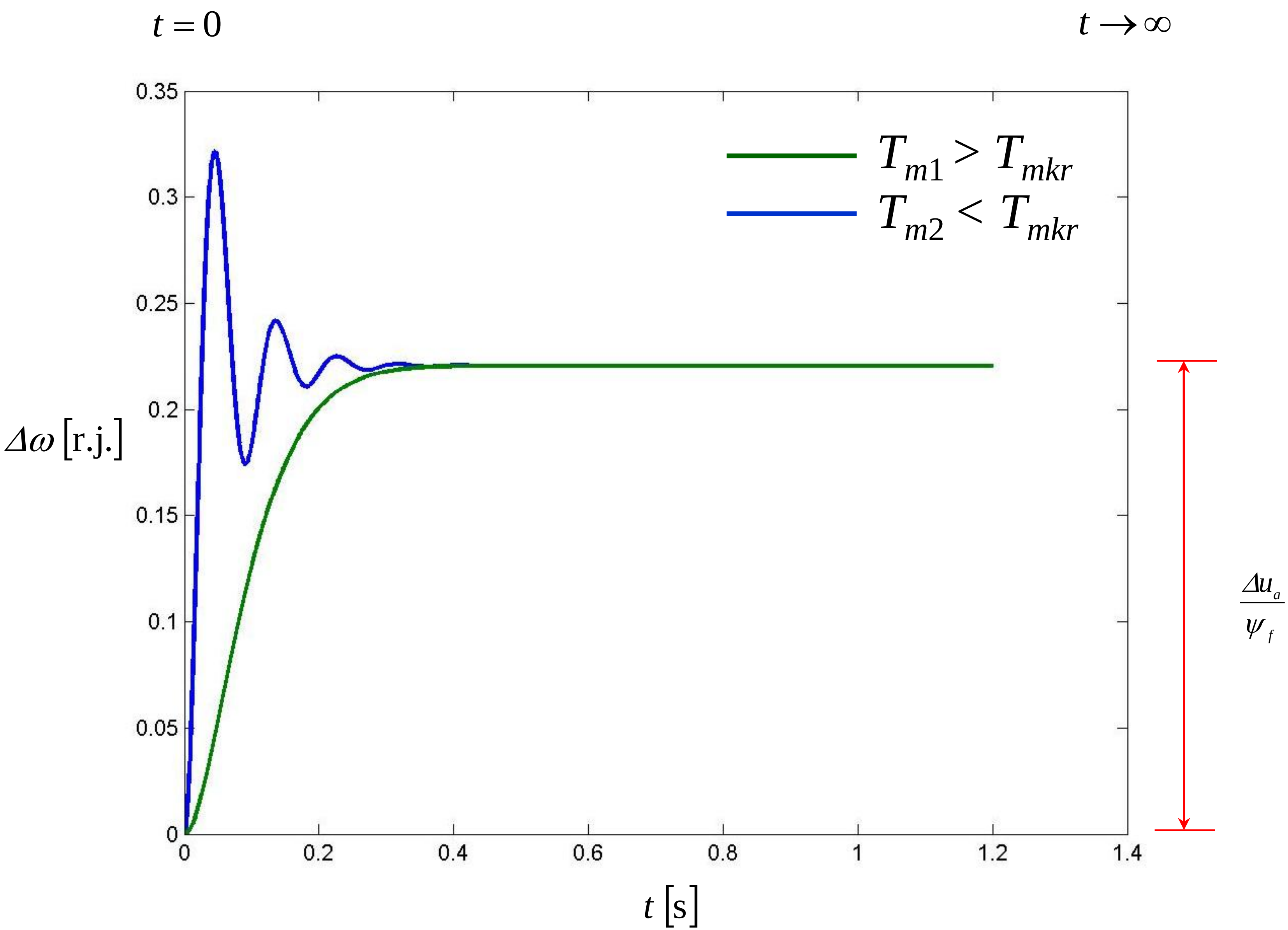
$$H_{m\omega}(p)=\frac{-(1+pT_a)}{p^2 T_a T_m + pT_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{ui}(p)=\frac{pT_m / R_a}{p^2 T_a T_m + pT_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{mi}(p)=\frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + pT_m + \psi_f^2 / R_a}$$

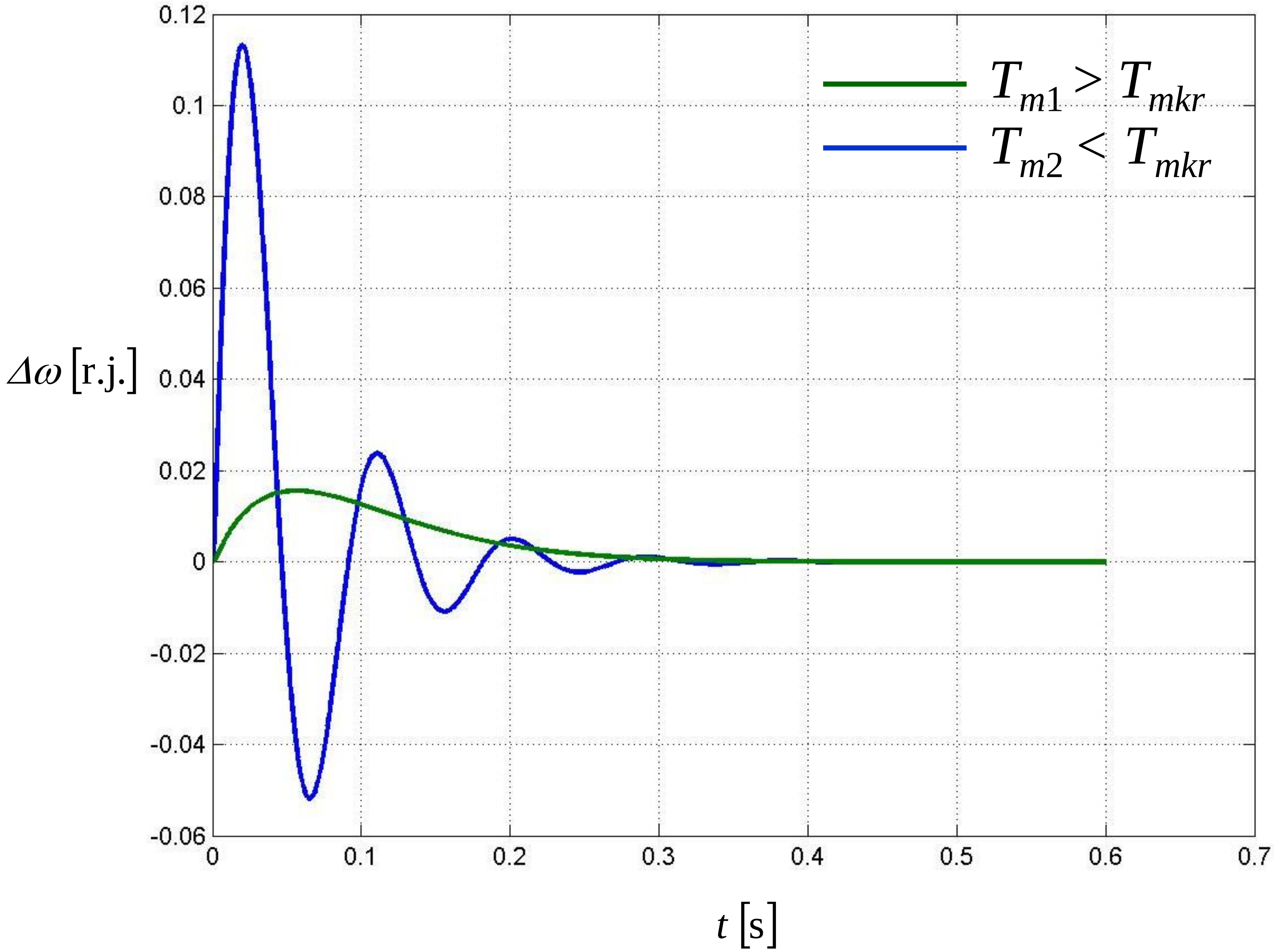
	"Step"		"Impuls"	
	$t=0$	$t\to\infty$	$t=0$	$t\to\infty$
$u_a \to \omega$	0	$\Delta u_a / \psi_f$	0	0
$u_a \to i_a$	0	0	$\Delta u_a / T_a R_a$	0
$m_m \to \omega$	0	$-\Delta m_m R_a / \psi_f^2$	$-\Delta m_m / T_m$	0
$m_m \to i_a$	0	$\Delta m_m / \psi_f$	0	0

Odziv brzine motora na promenu napona indukta po "step" funkciji ($u_a \to \omega$)

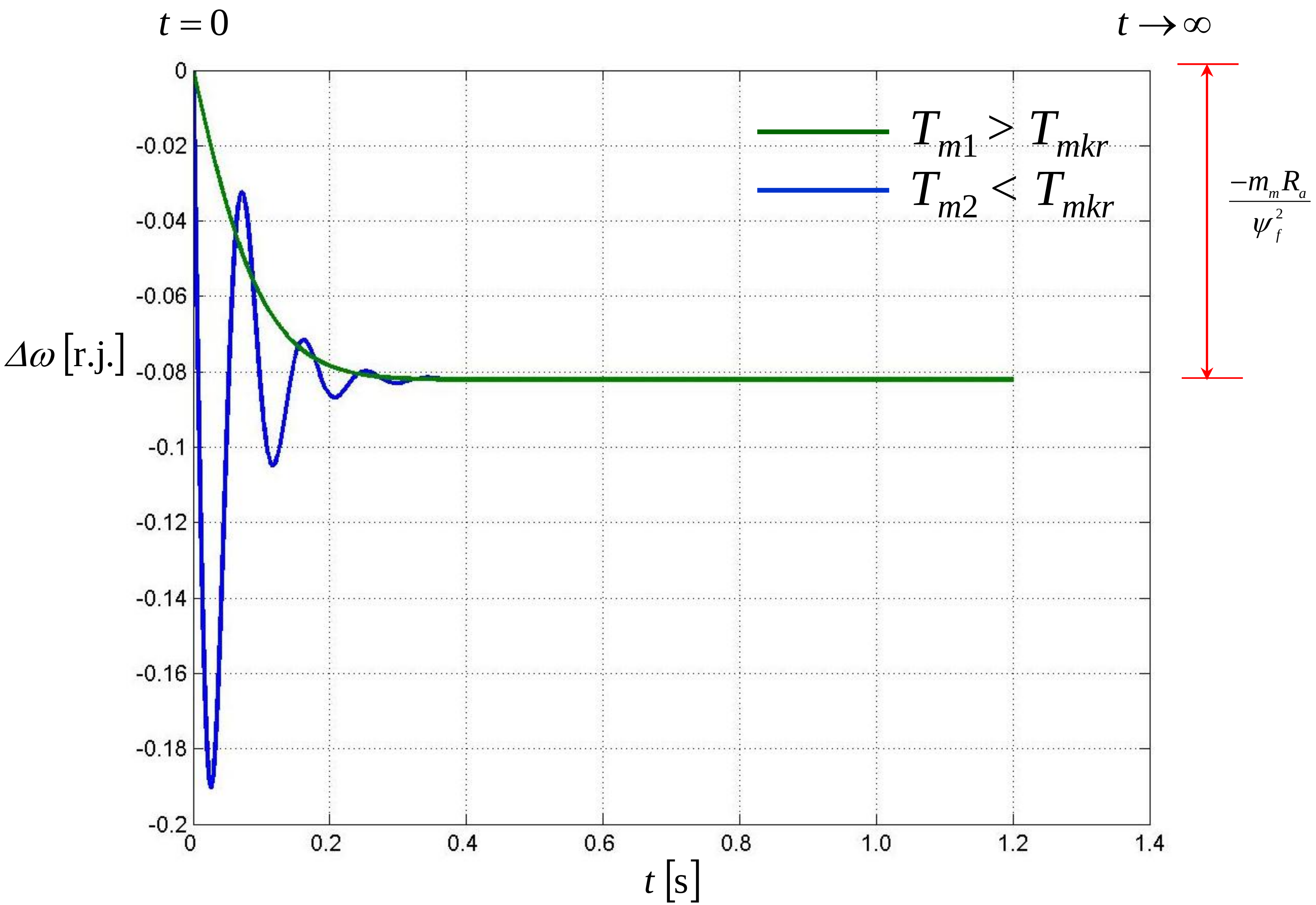


Odziv brzine motora na impulsnu promenu napona indukta
$(u_a \rightarrow \omega)$

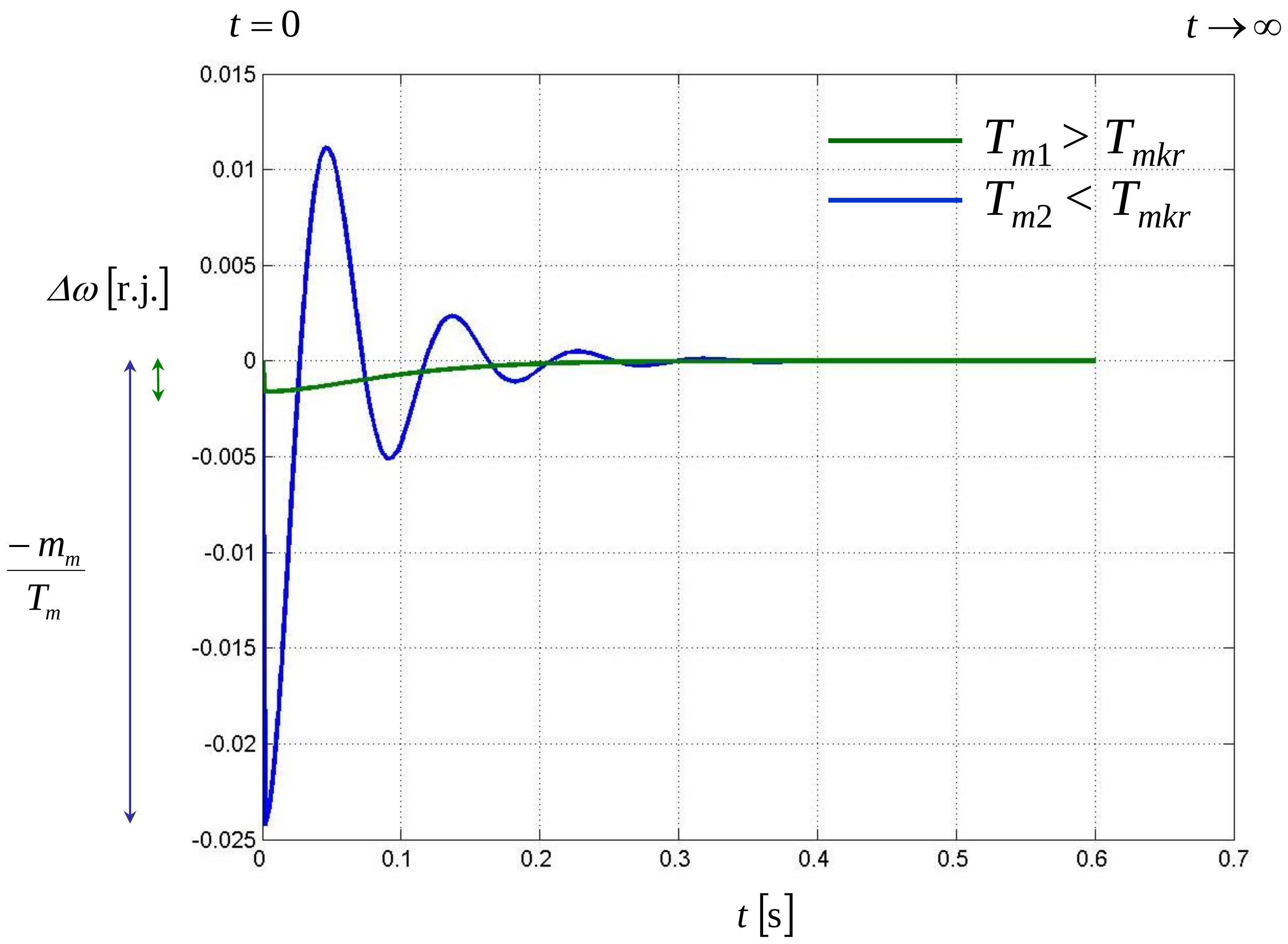
$t = 0$ $t \rightarrow \infty$



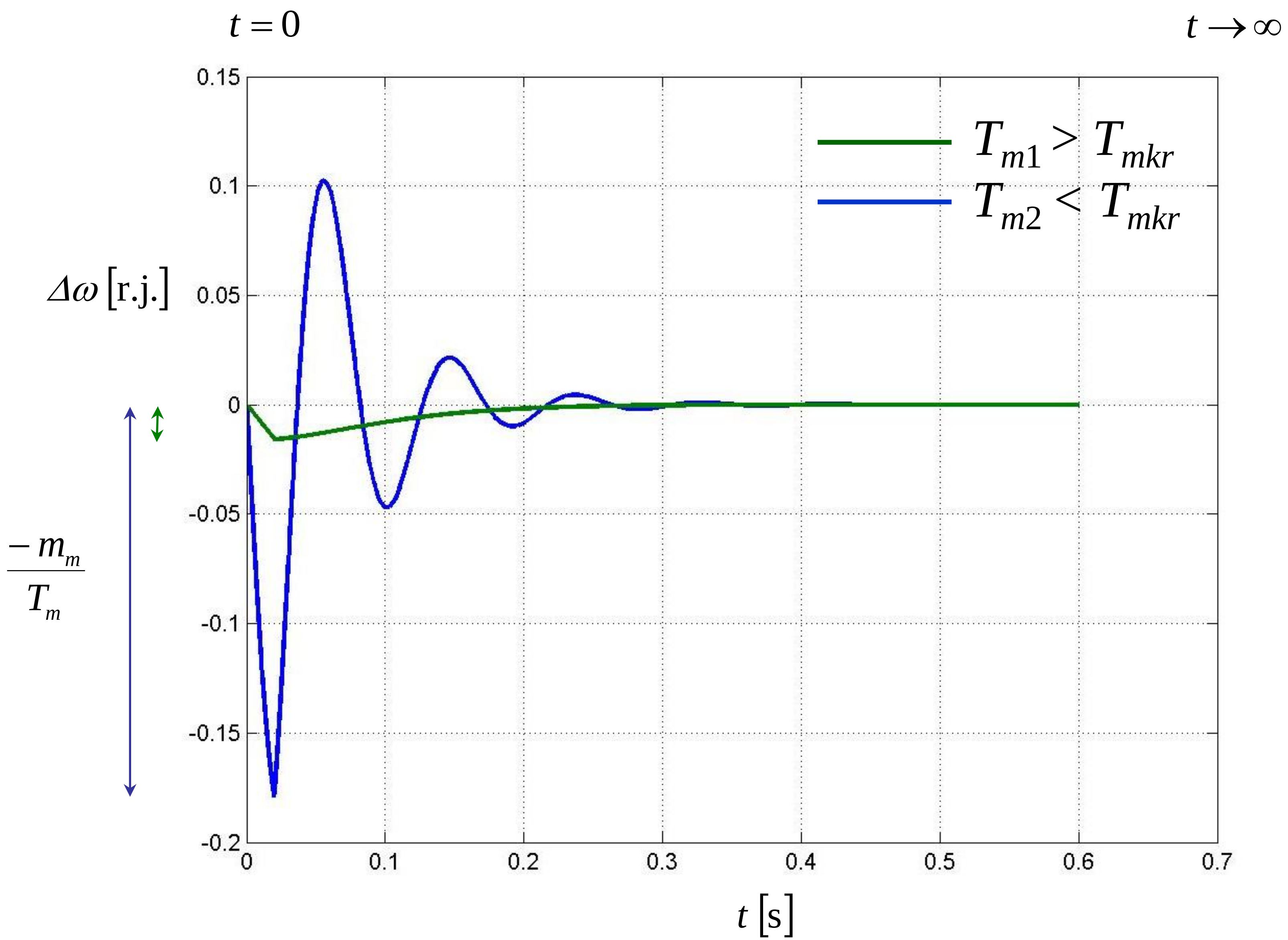
Odziv brzine motora na promenu momenta opterećenja po "step" funkciji ($m_m \rightarrow \omega$)



Odziv brzine motora na impulsnu promenu momenta opterećenja
$(m_m \rightarrow \omega)$



Odziv brzine motora na impulsnu promenu momenta opterećenja (impuls duže traje u odnosu na prethodni slučaj) ($m_m \to \omega$)



MODELOVANJE

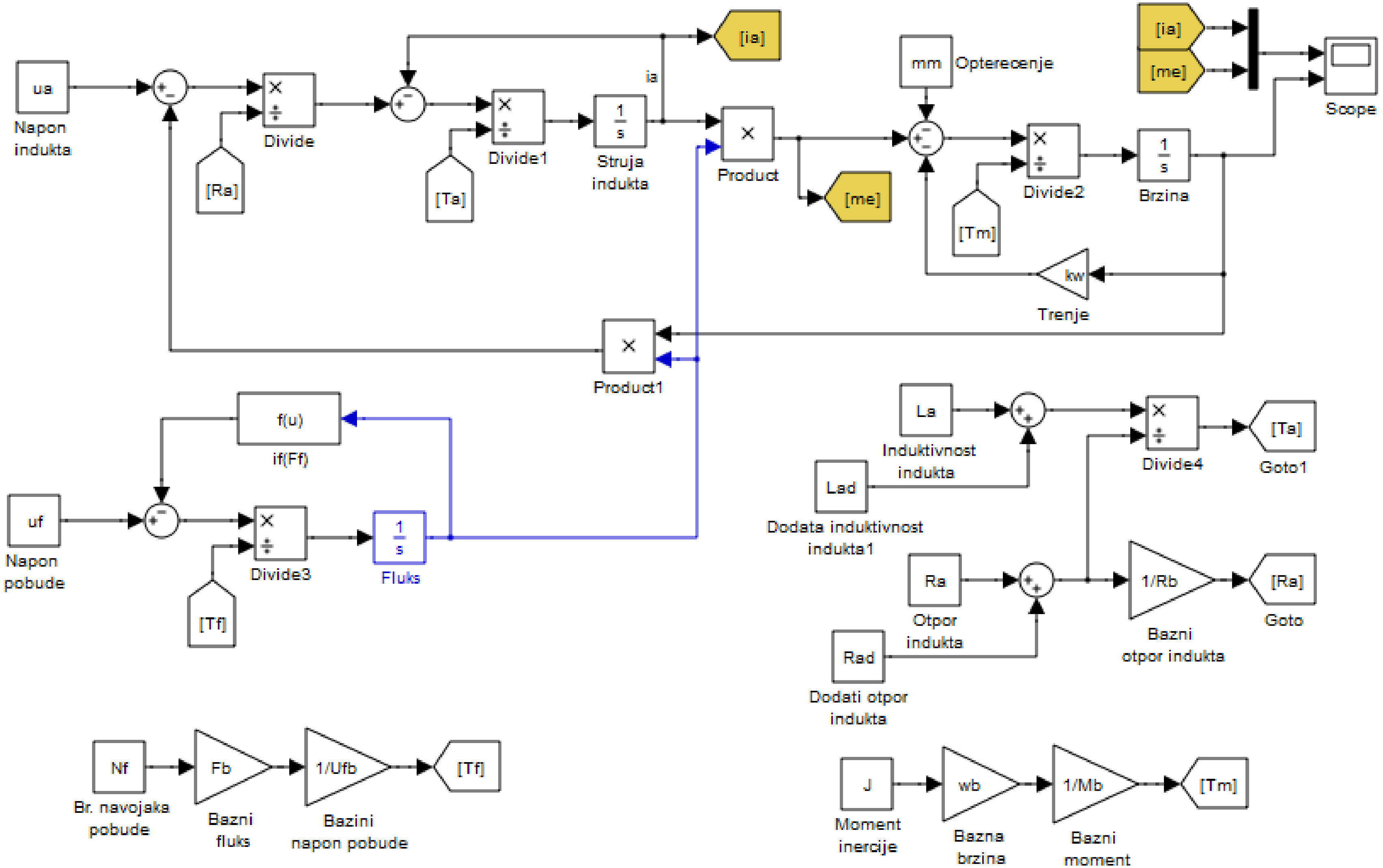
Digitalni računari i softverski paketi.

Mogućnosti:

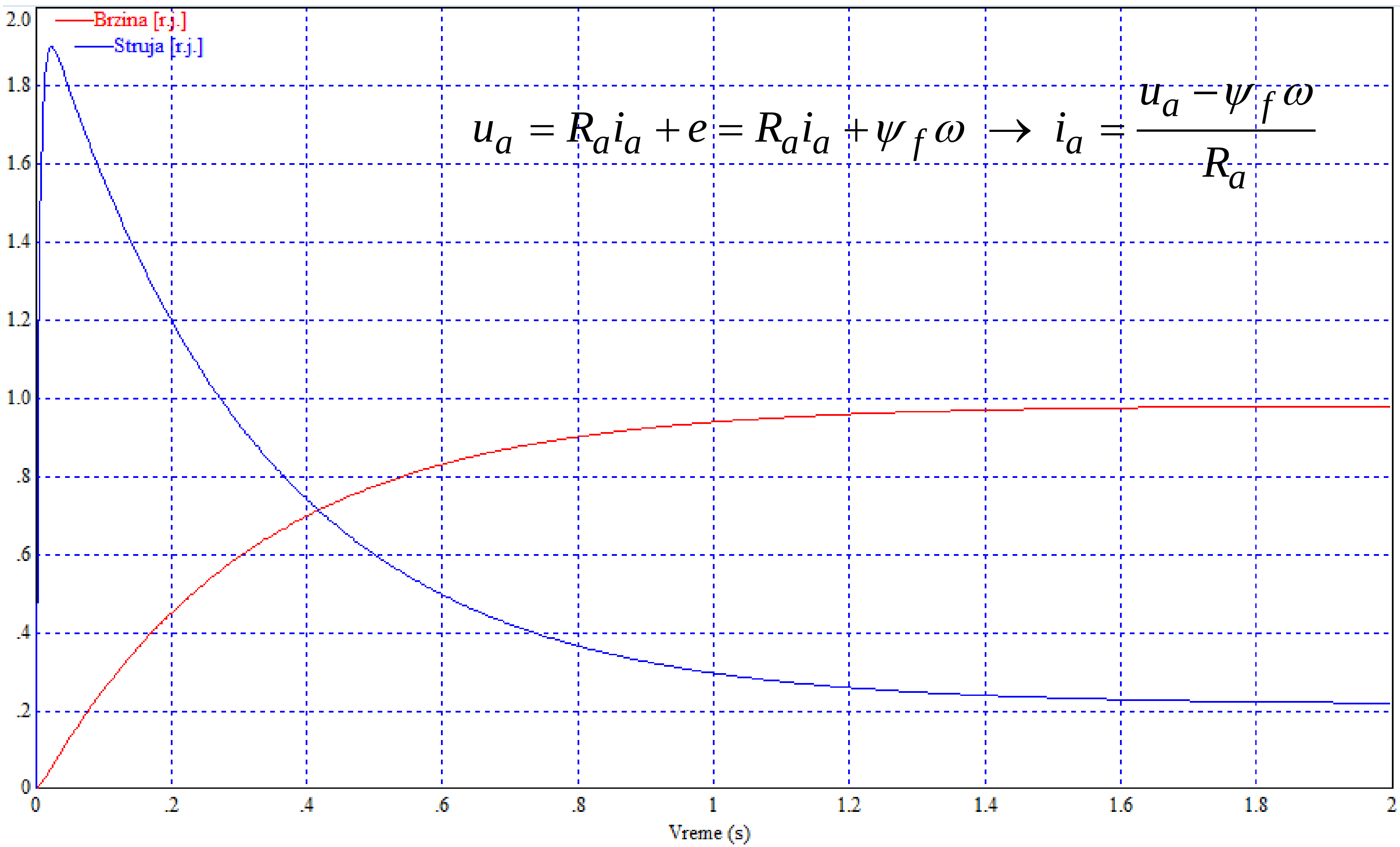
- analiza nelinearnih sistema;
- analiza stanja kod više istovremenih poremećaja;
- interaktivan rad sa modelom;
- istovremeno posmatranje više izlaza, ili karakterističnih veličina;
- utvrđivanje parametara sistema na osnovu poznavanja ulaza i izlaza itd.

BLOK DIJAGRAM MODELA POGONA SA NEZAVISNO POBUĐENIM JEDNOSMERNIM MOTOROM

N:

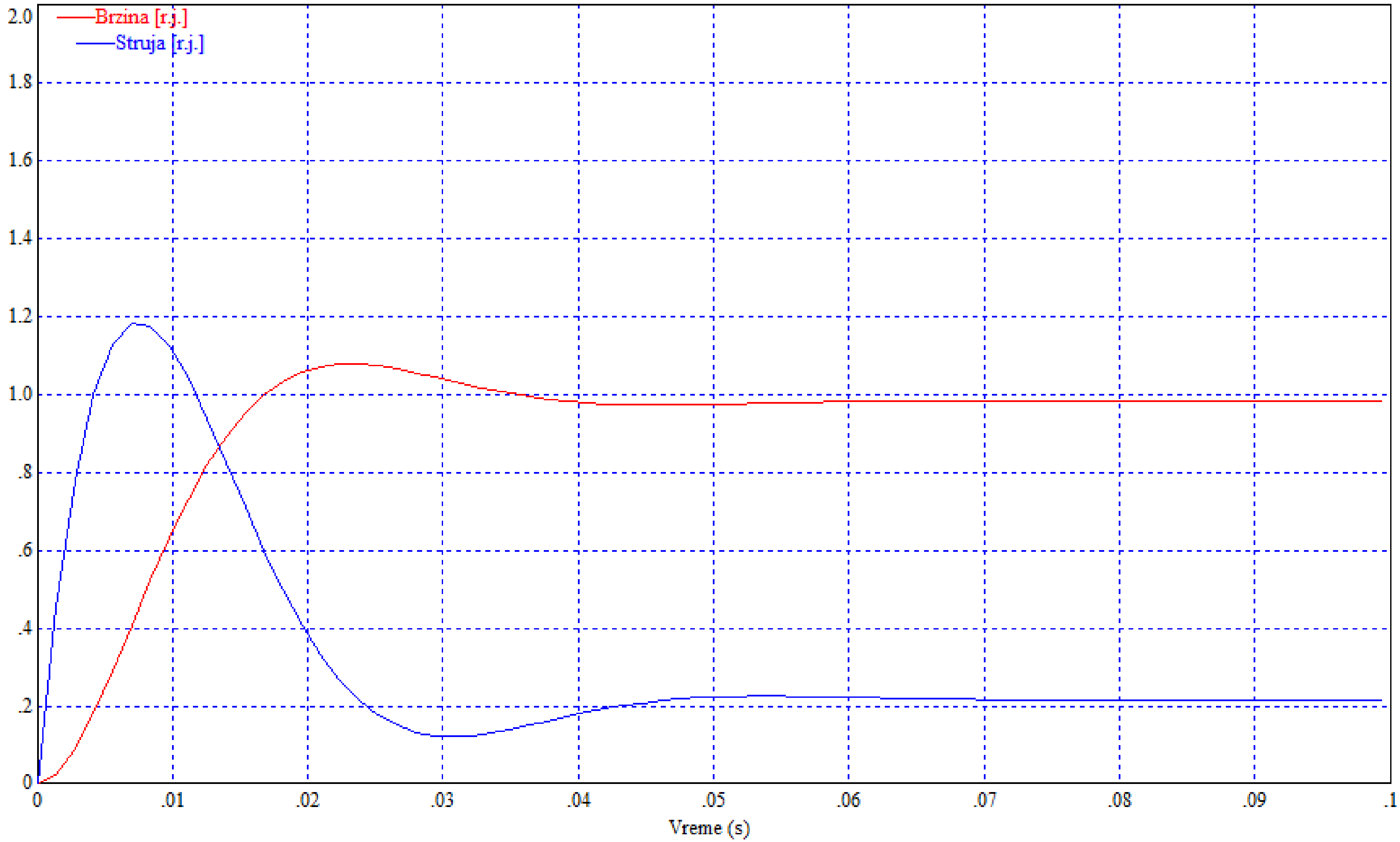


Slika 1: Start pogona u praznom hodu $m_{tr}[\text{r.j.}] = 0{,}2 \cdot \omega[\text{r.j.}]$



Struja polaska je ograničena dodatim otporom.
Prelazni proces je aperiodičan.

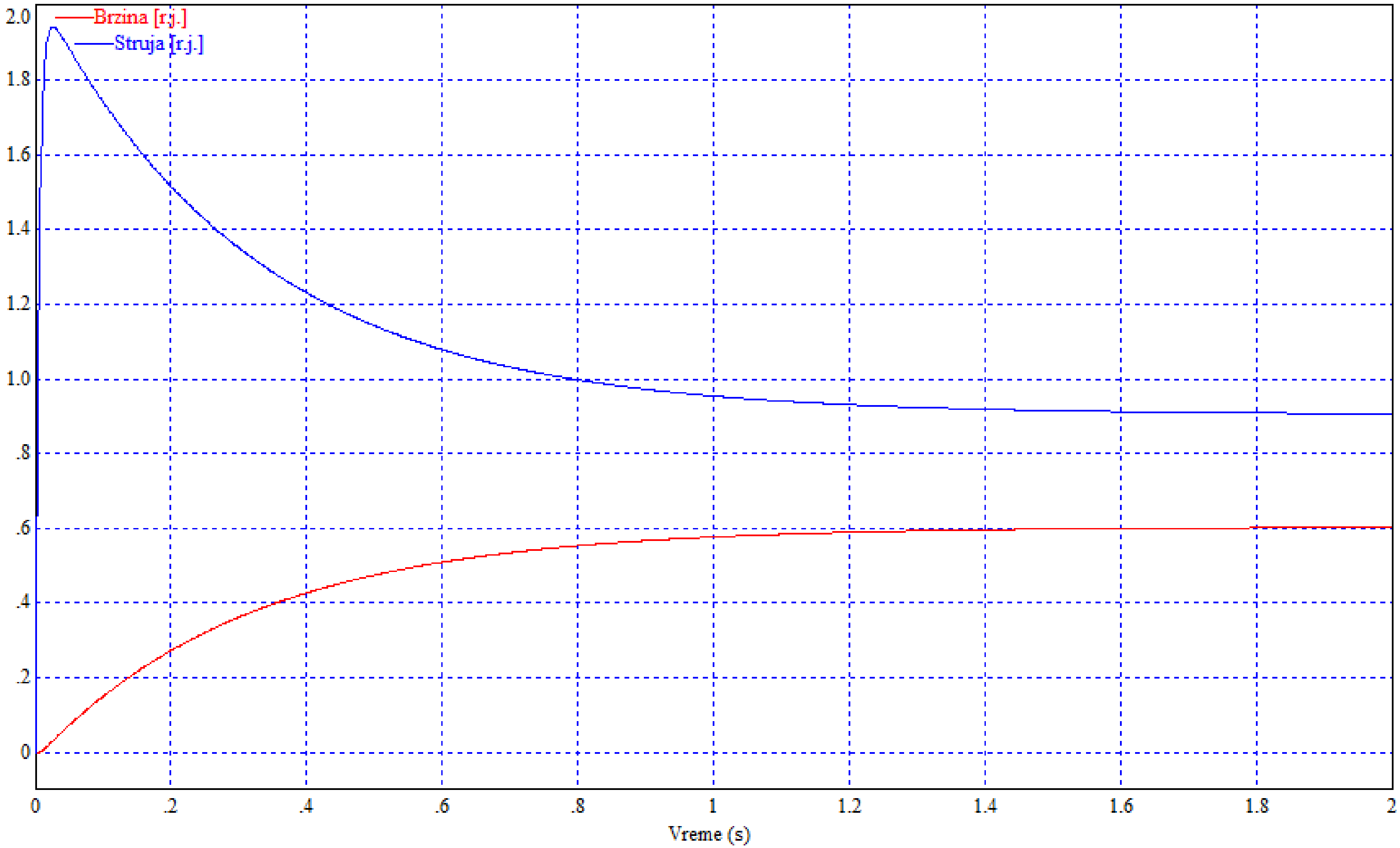
Slika 2: Start pogona u praznom hodu $m_{tr}[\text{r.j.}] = 0{,}2 \cdot \omega[\text{r.j.}]$



Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces periodično - prigušen

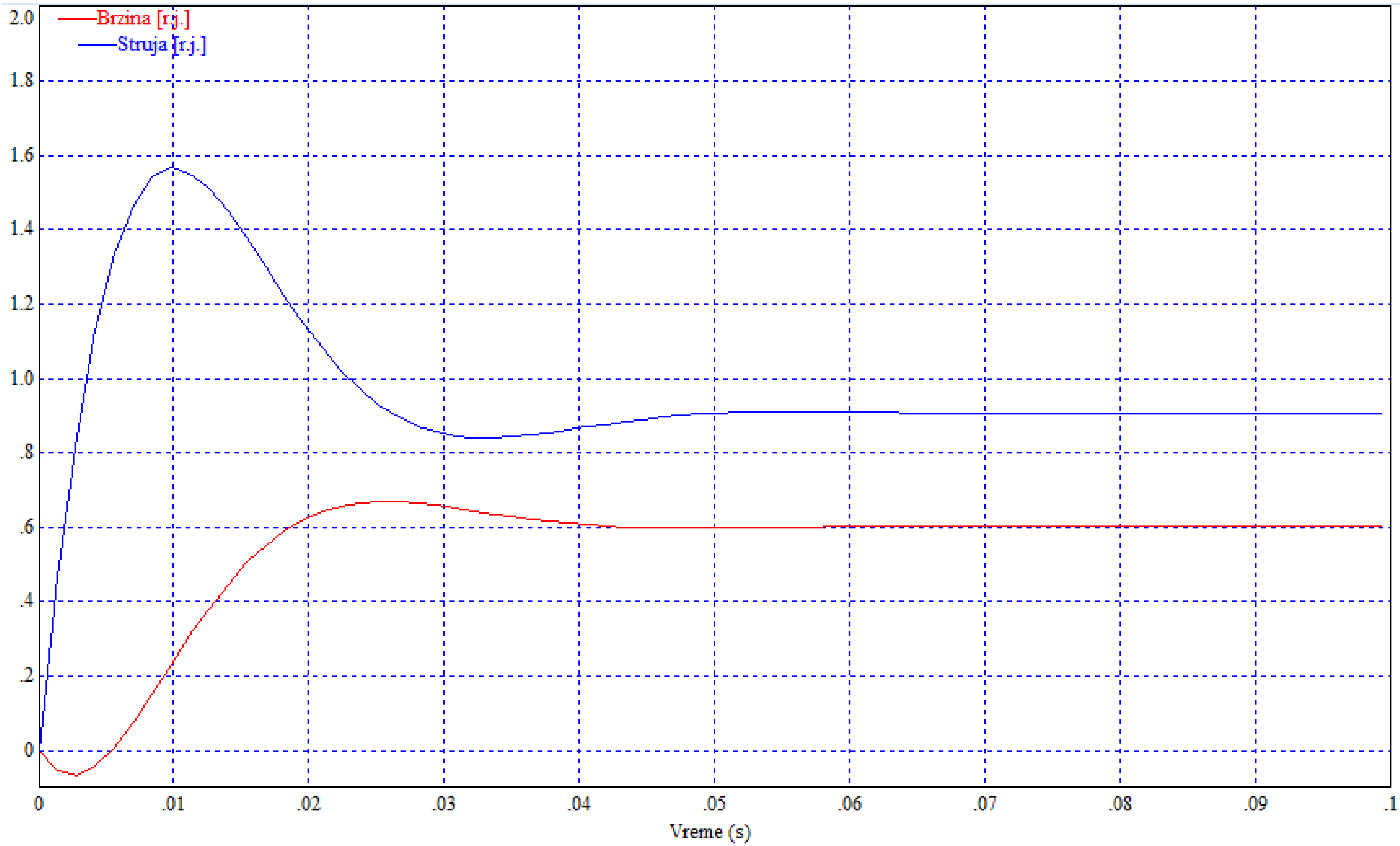
Slika 3: Start pogona pod opterećenjem $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces aperiodičan

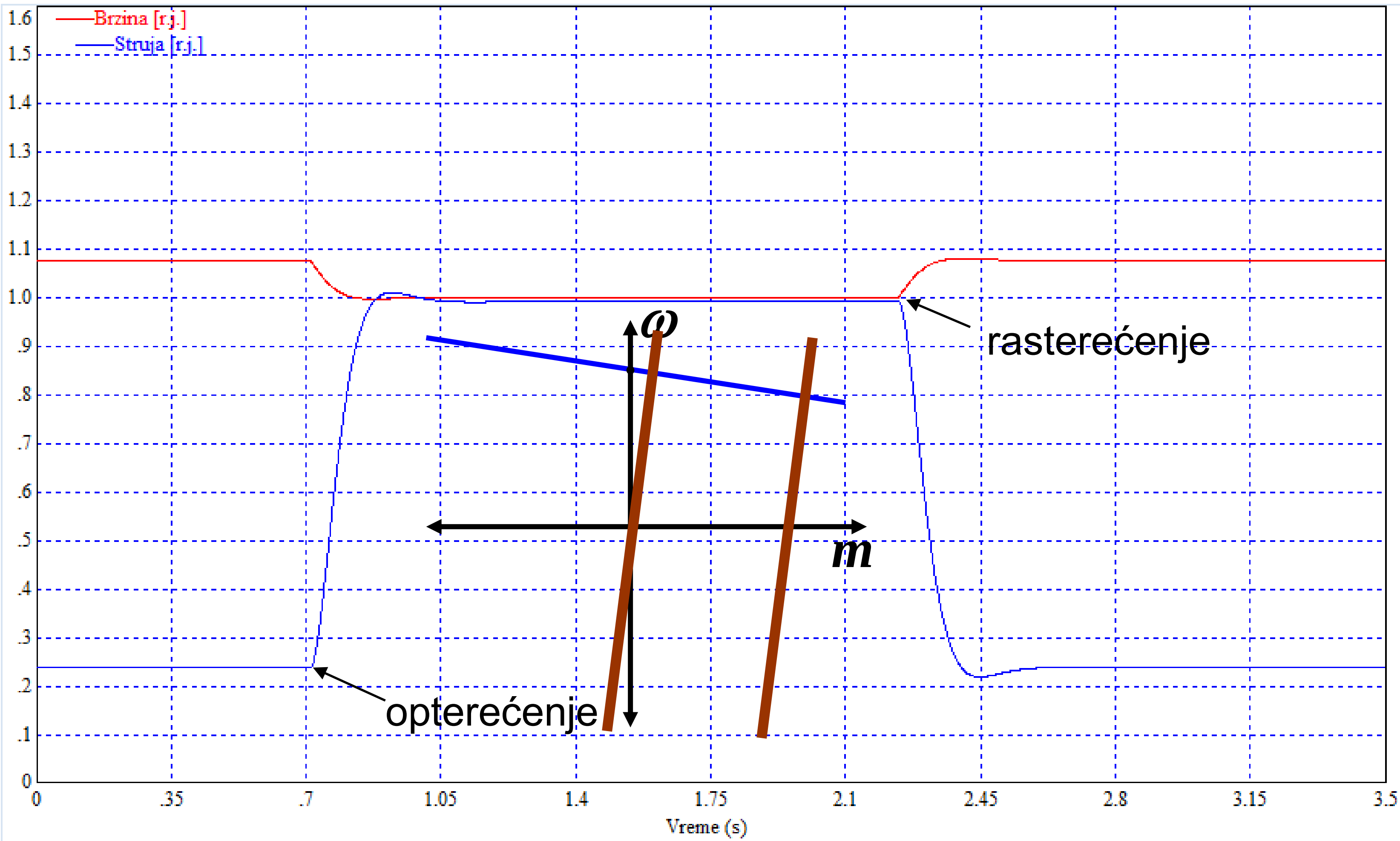
Slika 4: Start pogona pod opterećenjem $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



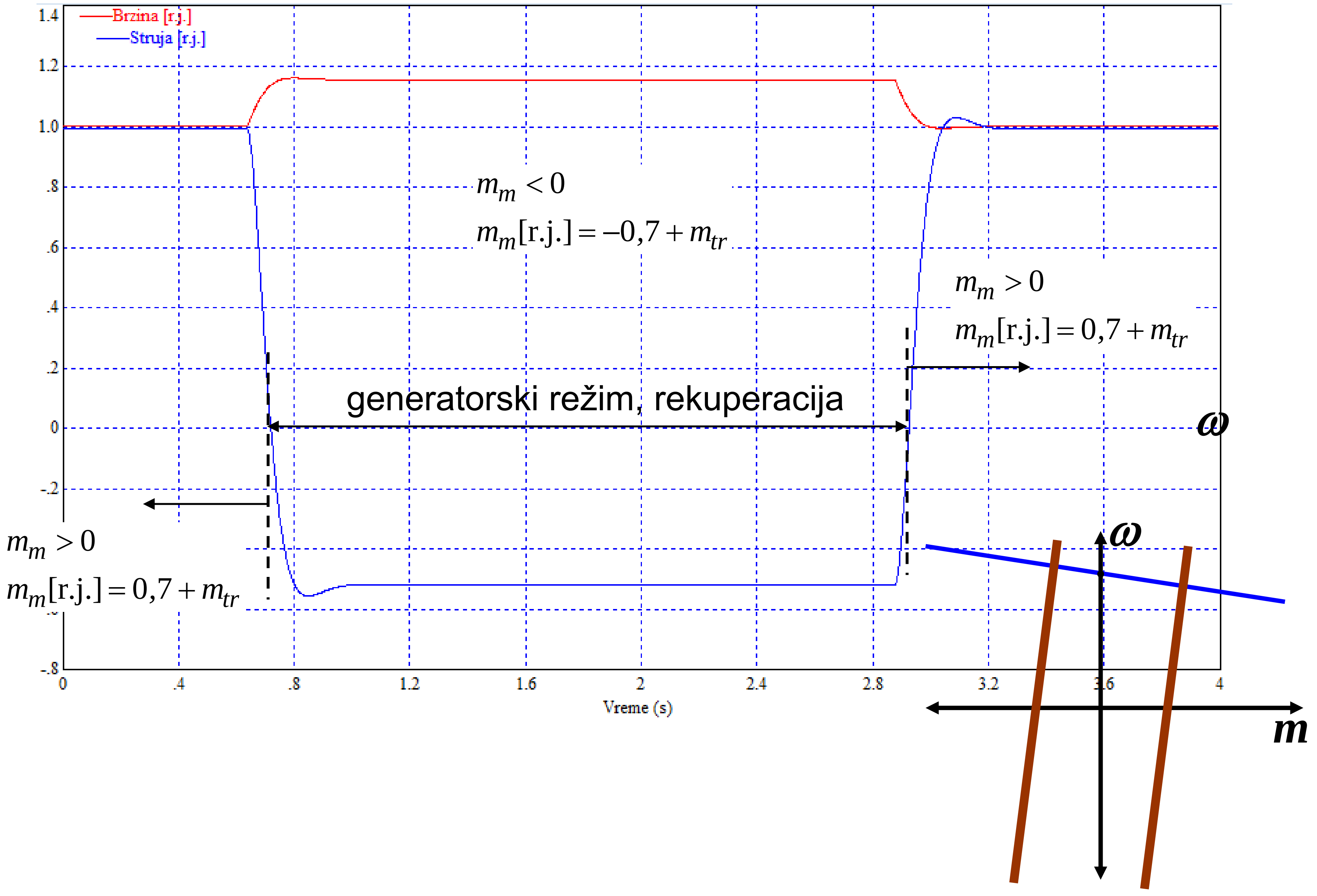
Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces periodično - prigušen

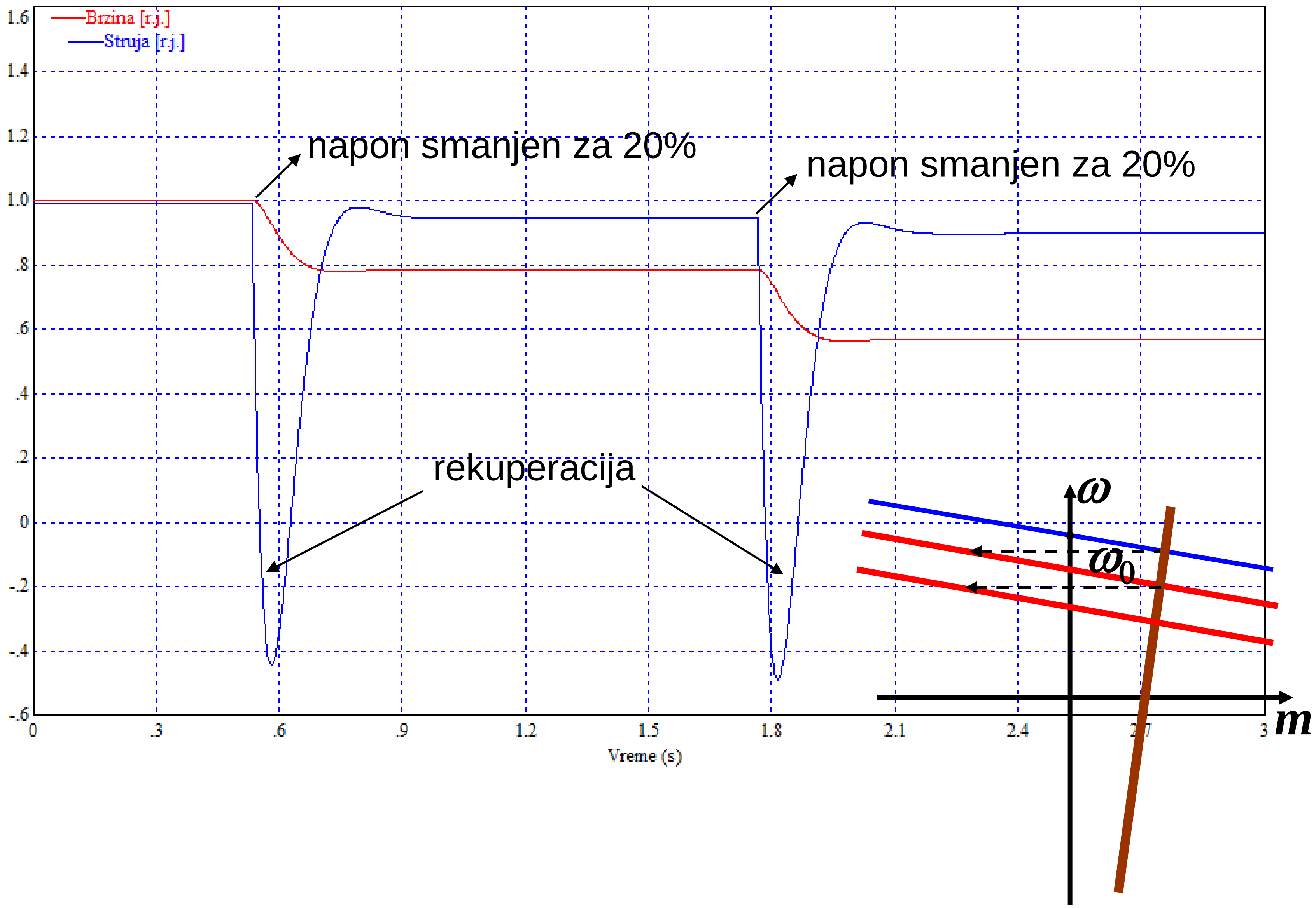
Slika 5: Opterećenje $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$ i potpuno rasterećenje



Slika 6: Prelazak iz motornog u generatorski režim

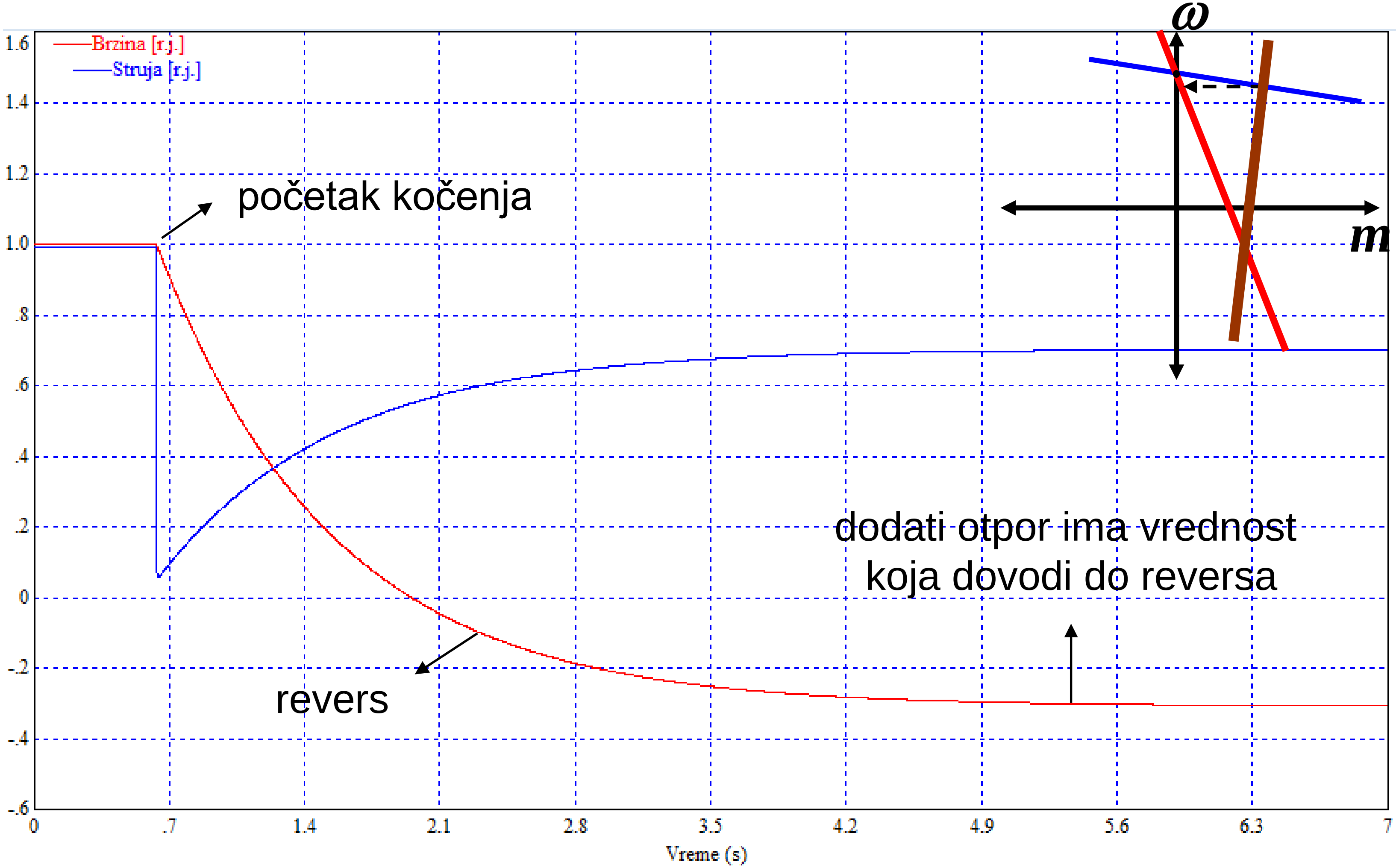


Slika 7: Rekuperacija usled snižavanja napona indukta
Moment opterećenja konstantan $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



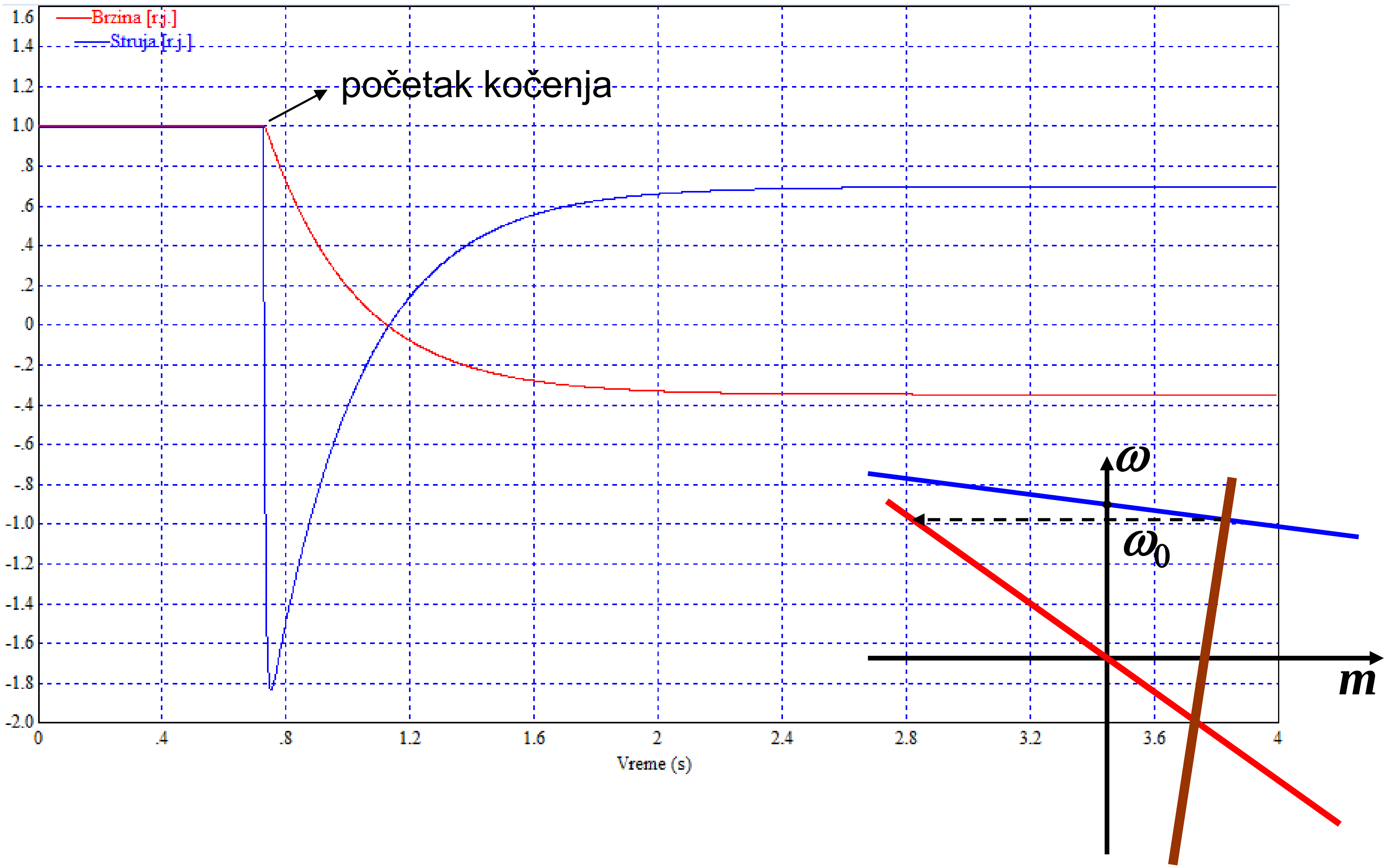
Slika 8: Protivstrujno kočenje na prvi način

Moment opterećenja je potencijalan i konstantan $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



Slika 9: Dinamičko kočenje - moment opterećenja konstantan

$$m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$$



Slika 10: Protivstrujno kočenje na drugi način

Momenat opterećenja je reaktivan i konstantan $m_m[\text{r.j.}] = 0{,}7\,[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$